

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
Departamento de Organización de Empresas



TESIS DOCTORAL

**La metodología estadística y el proceso del conocimiento
económico**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Antonio Franco Rodríguez de Lázaro

Madrid, 2015

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Organización de Empresas

TP
1988
322



x - 53 - 081366 - 0

LA METODOLOGIA ESTADISTICA Y EL PROCESO DEL CONOCIMIENTO ECONOMICO



Antonio Franco Rodríguez de Lázaro
Madrid, 1988

Colección Tesis Doctorales. N.º 322/88

© Antonio Franco Rodríguez de Lázaro

**Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 - 28015 Madrid
Madrid, 1988
Ricoh 3700
Depósito Legal: M-22893-1988**

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES DE LA
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

LA METODOLOGIA ESTADISTICA
Y EL
PROCESO DEL CONOCIMIENTO ECONOMICO

Autor: Antonio Franco Rodríguez de Lázaro

Director: Manuel López Cachero

MADRID, MAYO 1986

I

INDICE

	<u>Página</u>
<u>INTRODUCCION</u>	2
 I. <u>EL PROBLEMA DE LA INDUCCION Y LAS SALIDAS</u>	
<u>AL MISMO</u>	12
I.1 DIFERENTES FORMAS DE ELABORAR EL CONOCI- MIENTO. EL METODO CIENTIFICO	12
I.2 DAVID HUME Y LAS ALTERNATIVAS QUE SURGEN A PARTIR DE EL	43
I.2.1 <u>Hume plantea el problema</u>	61
I.2.1.1 Tipos de solución al planteamiento de Hume	77
I.2.2 <u>Racionalistas. Deductivistas. Descartes</u>	91
I.2.3 <u>Empiristas</u>	102
I.2.3.1 Positivistas	107
I.2.3.1.1 Verificadores: Los neopositivistas	111
I.2.3.1.2 Análisis del Lenguaje	116
I.2.3.2 Falsadores: Popper	119
I.2.4 <u>Escépticos</u>	128

II

	<u>Página</u>
II. <u>LA INFERENCIA ESTADISTICA COMO RESPUESTA</u>	
<u>AL PROBLEMA DE LA INDUCCION</u>	135
II.1 EL CONOCIMIENTO ESTADISTICO	139
II.2 EL ORIGEN DE LA TEORIA DE LA PROBABILIDAD	145
II.3 DESARROLLO DE LA INFERENCIA ESTADISTICA	153
II.3.1 <u>El Teorema de Bayes</u>	153
II.3.2 <u>La Teoría de la Probabilidad de Laplace</u>	162
II.3.3 <u>Concepción Frecuencialista de la Proba-</u> <u>bilidad</u>	175
II.3.4 <u>La Noción Logicista de la Probabilidad</u>	194
II.3.5 <u>Interpretación Subjetivista de la Pro-</u> <u>babilidad</u>	208
II.3.6 <u>Análisis Matemático de la Probabilidad</u>	226
 III. <u>DIFERENTES TECNICAS DE LA INFERENCIA ES-</u> <u>TADISTICA</u>	235
III.1 ANALISIS ESTATICO	237
III.1.1 <u>La lógica de la contrastación paramé-</u> <u>trica frente a la no paramétrica</u>	239
III.1.2 <u>Diseños experimentales</u>	251
III.1.2.1 <u>Análisis de la varianza</u>	252
III.1.2.2 <u>Análisis factorial</u>	260
III.1.2.2.1 <u>Análisis de componentes principa-</u> <u>les</u>	270

III

	<u>Página</u>
III.1.2.2.2 Análisis de correspondencias	277
III.1.2.2.3 Análisis discriminante	281
III.1.2.2.4 Análisis canónico	285
III.1.3 <u>Análisis de la regresión</u>	288
III.2 ANALISIS DINAMICO	303
III.2.1 <u>El enfoque Box-Jenkins</u>	313
IV. <u>EL MODO DE CONOCER EN ECONOMIA</u>	340
IV.1 NATURALEZA DE LAS LEYES ECONOMICAS	341
IV.2 EL ANALISIS ECONOMICO	364
IV.3 CONOCIMIENTO ECONOMICO Y ECONOMIA DE LA EMPRESA	371
IV.4 LAS EXPECTATIVAS RACIONALES	384
IV.4.1 <u>La noción de Expectativa</u>	386
IV.4.2 <u>Las Expectativas en las Ciencias Socia-</u> <u>les</u>	392
IV.4.3 <u>Expectativas Adaptativas y Expectativas</u> <u>Extrapolativas</u>	396
IV.4.4 <u>Modelos de Expectativas Racionales</u>	404
IV.4.4.1 El modelo propuesto por J.F. Muth	409
IV.4.4.2 El modelo de R. Lucas	418
IV.4.4.3 La curva de Phillips y la función de oferta de Phelps-Friedman-Lucas	429
IV.4.4.4 El modelo de S. Fischer	435

IV

	<u>Página</u>
IV.5 LA INFLUENCIA DE LAS EXPECTATIVAS RACIONALES EN LA POLITICA ECONOMICA	442
IV.6 CRITICA DE LAS HIPOTESIS MONETARIAS	448
V. <u>CONCLUSIONES</u>	458
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	489

INTRODUCCION

INTRODUCCION

El objeto de esta tesis doctoral es aportar una exposición general de la conexión entre la Metodología Estadística y el proceso del Conocimiento Económico. La necesidad de un trabajo de investigación de esta naturaleza se evidencia al observar las limitaciones que surgen cuando se aplican los métodos formales de razonamiento en la captación de la realidad económica.

El diseño de la tesis pretende evitar las propuestas tradicionales porque utilizan a veces principios de autoridad, conceptos poco precisos y/o dotados con una fuerte carga ideológica como origen de sus axiomas.

Comenzamos haciendo una descripción de las diversas metodologías y de su actitud ante la inducción, basándonos en que el desarrollo científico conlleva mayores posibilidades de obtener evidencias empíricas con las que criticar y evaluar las diferentes posturas filosóficas según los resultados que proporcionan, facilitando la búsqueda de inducciones que conduzcan a conclusiones ciertas.

La situación actual del problema de la inducción

científica, desde el punto de vista de la teoría del conocimiento, es que no permite llegar a una solución definitiva en lo que concierne a la elaboración científica del conocimiento económico, pero el camino de la Inferencia Estadística proporciona aproximaciones aceptables y su evolución futura acotará con más precisión el ambicioso planteamiento especificado en el tema de la tesis.

En múltiples ocasiones, la Ciencia Económica no ha sabido dar respuesta a los problemas cruciales del mundo en crisis, en el que vivimos. De los sucesos que ya han acaecido, las explicaciones que proporciona suelen ser excelentes, pero su potencia es escasa en la elaboración de predicciones.

Existen tantos factores de incertidumbre que influyen en los análisis de la realidad social, que es imposible incluirlos a todos; además, los cambios en las modas, en los hábitos, en los deseos, en la psicología de los ciudadanos y sobre todo, la obsolescencia tecnológica que producen los nuevos descubrimientos, nos indican que sólo contamos con aproximaciones para intentar comprender lo que ya ha ocurrido y sobre esa explicación retrospectiva tratar de proyectar el futuro.

El carácter empírico de la Ciencia Económica requiere que sus teorías se basen en la observación sistemática del mundo real. El hecho de que los problemas de medida y agregación sigan sin resolverse, indica la direc-

ción que deben seguir los trabajos de investigación con pretensión de mejorar el arsenal de los economistas.

Necesitamos datos que ayuden a plantear y solucionar los problemas económicos, con la condición de manejarlos correctamente y en su contexto. No les podemos exigir que den lugar a leyes seguras o ciertas, ni que sus predicciones sean exactas, cuando la realidad económica se caracteriza, en general, por estar sometida a un principio de azar. El cuerpo de conocimiento que mejor estructura el tratamiento de los fenómenos de azar es sin duda la Ciencia Estadística, pues su propósito es captar información para potenciar la toma de decisiones.

La noción de incertidumbre posibilitó interpretar de otra manera los mecanismos del mercado, enriqueciendo la Ciencia Económica con la noción de estrategia y habituando al economista a razonar según la lógica de la teoría de juegos.

La vinculación entre la Ciencia Estadística y la Ciencia Económica tiene dos vertientes, una de ellas es metodológica, puesto que los economistas, al utilizar modelos científicos y operativos con la finalidad de predecir o de intentar explicar una realidad concreta, están empleando metodología estadística de agrupación de datos. La otra vertiente es instrumental, ya que la forma de calcular los parámetros y de estimar el modelo se corresponde con los métodos matemáticos de la Estadística.

En las Ciencias Sociales es prácticamente imposible realizar experimentos de laboratorio. Por tanto, los gobiernos y las empresas deben recurrir directamente a la realidad cuando no pueden hacer pruebas, mediante sondeos de alcance limitado y de aplicación amplia.

Las interrelaciones entre los diferentes aspectos del proceso económico son cada vez más complejas, por eso necesitamos instrumentos más precisos que mejoren sus resultados. De todas formas, conviene no olvidar que el emplear excesivos instrumentos matemáticos y métodos de exposición rigurosos, oculta a veces que no podemos resolver los problemas o se trata de ocultar la presencia de teorías antiguas, dotándolas de un aspecto nuevo y más complejo.

Las leyes económicas y las proposiciones que hacen los economistas, ya sea en las empresas o en el Estado, nos proveen de grados de comportamiento dentro del campo de la racionalidad, con lo que se explican cómo se van a hacer las cosas y en función de qué.

La conexión entre la información y el esquema conceptual que enmarca los distintos problemas económicos, se realiza mediante la idea de modelo. Expresión genérica, por tanto, abstracta, que describe en términos lógicos una realidad concreta y que es expresable en términos matemáticos.

Un modelo es operativo para la toma de políticas específicas y de decisiones, si contiene coherencia, pertinencia y mensurabilidad. Debe explicar el universo socioeconómico con un número no excesivo de ecuaciones y de variables, a causa de la coherencia interna; además, coherencia externa con la realidad que trata de describir. Las relaciones del modelo han de ser mensurables con un criterio lo más mecánico y objetivo posible. Finalmente, es necesario que sea pertinente respecto a una realidad dada.

En el mundo de los negocios se observa una tendencia actual hacia sistemas de dirección descentralizados y con mayor participación, lo que demanda una mayor exigencia de coordinación.

La calidad de los directivos sufre un continuo desgaste producido por los aumentos en agresividad y eficacia en la conquista del mercado. Hay que llegar antes que los demás y con los recursos necesarios para aprovechar la oportunidad, lo que se consigue con un tipo de dirección directa, entusiasta, activa, que analice los temas con una lógica sencilla y recurra a modelos simples.

Los momentos de crisis económica agudizan la importancia de la seguridad en el empleo, con lo que las empresas, muchas de ellas con una dimensión excesiva, se ven obligadas a reeducar a sus directivos y empleados, pudiendo de esta forma cambiarlos de misión y de objetivos.

Los nuevos directivos prefieren menos rigidez jerárquica y una disminución en la claridad de las líneas de autoridad y en la precisión del área de responsabilidades. Con ello pretenden fomentar la autodirección y revitalizar la productividad, llevando los cambios también a la forma de trabajar, de negociar e incluso de relacionarse entre sí todos los colaboradores de la organización.

La creciente dimensión de las organizaciones hace más difícil la elección de la estructura jerárquica que consiga la excelencia, huyendo de los posicionamientos tensos e ineficientes mediante un estilo capaz de definir y unificar la escala de valores y las motivaciones que impulsen a cumplir una misión común. Si se refuerza la disciplina y se burocratiza, muchas iniciativas creativas de los empleados no se llevarán a cabo. Dejándola totalmente libre, las ideas pueden no realizarse por la debilidad operativa.

La tesis doctoral se ocupa asimismo de la elaboración de expectativas, lo que resulta imprescindible si queremos comprender los modelos normativos de decisión y planificación. Al analizar la función objetivo aparece la necesidad de realizar hipótesis respecto de los niveles asignados a las variables, niveles esperados en el futuro que se obtienen a partir de series temporales de observaciones.

El proceso real de formación de expectativas es

poco conocido a nivel empírico, por eso existen varias formas de elaborar las expectativas; describimos las más conocidas, y de ellas destacamos las expectativas racionales.

Los científicos, en el ejercicio de su actividad, valoran los resultados de sus investigaciones y proponen los instrumentos a utilizar en la aprehensión de la realidad. Existe el peligro de que trasladen las valoraciones a los controles metodológicos, convirtiéndolos en protagonistas del método, a la vez que pasan a un segundo plano los motivos que dieron origen a ese estudio.

Nosotros hemos pretendido evitar caer en este error, pues somos conscientes de que los instrumentos matemáticos no son un fin en sí mismos, y que conviene evitar los excesos en la formalización.

La metodología empleada en la descripción de la bibliografía se basa en las normas internacionales para la descripción bibliográfica (ISBD), fijadas en la Reunión Internacional de Expertos en Catalogación (INCE). Estas normas especifican las reglas necesarias para la descripción de publicaciones unitarias -libros, revistas,...- y determinan un orden para los elementos descriptivos de la obra, fijando el sistema de reseña y puntuación:

AUTOR: Apellidos con mayúscula seguido de "coma",
nombre o primera letra del nombre.

TITULO: Se transcribirá como figure en la portada, utilizando mayúscula sólo en la primera letra de él.

PIE DE IMPRENTA: Expresa el lugar de edición, editor y año, por este orden y separados por comas. Si hay más de un volumen y/o la obra forma parte de una colección, se expresa a continuación.

ARTICULOS DE REVISTAS: Se citarán indicando: Apellidos del autor, título del artículo, título de la revista subrayado o entre comillas, o precedido de [en], nº de volumen, nº de fascículo, si lo hay, fecha (mes, año) y páginas (citando la primera y la última).

USO DE SIGNOS: Se utilizará corchete para indicar un dato tomado de un lugar de la publicación no usual.

Se usará paréntesis para dar un dato orientativo, indicándolo, además, con las abreviaturas: (S.l.), (S.e.), (S.a.).

Ejemplo: (S.l.: Madrid), (S.e.: Aguilar), (S.a.: 1985).

Si no existe editorial o editor en la obra, puede consignarse en su lugar la

imprensa o el impresor, con la abreviatura (S.i.:).

TRATAMIENTOS DE PARTICULAS, ARTICULOS Y PREPOSICIONES: Los artículos o preposiciones irán detrás del nombre como regla general, excepto en el caso de los apellidos anglosajones que iniciarán el apellido por la partícula.

OBRA DE VARIOS AUTORES (Colectivas): Se considerarán anónimas las obras de más de tres autores, iniciando su encabezamiento por la primera palabra del título.

Si en la obra uno de los autores figura como director de la misma la consignación se hará encabezando por éste el asiento.

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE LA INDUCCION Y LAS SALIDAS AL MISMO

I. EL PROBLEMA DE LA INDUCCION Y LAS SALIDAS AL MISMO

I.1 DIFERENTES FORMAS DE ELABORAR EL CONOCIMIENTO. EL METODO CIENTIFICO

Existen dos formas de acceder al conocimiento, una clásica o estática, defendida por los fundadores de la teoría cognoscitiva, y otra más actual o dinámica.

La actitud clásica se basa en que la naturaleza estática y los conocimientos adquiridos lo son para siempre. Esto queda reflejado en el realismo trascendente de Platón, la creencia aristotélica en formas inmanentes, las ideas innatas de Descartes, la armonía preestablecida de Leibniz, las categorías a priori de Kant, incluso Comte con su insistencia en que los procedimientos de razonar son constantes y comunes para todos los hombres. Para estos pensadores, el conocimiento es un hecho y no un proceso.

La actitud dinámica surge del probabilismo de Cournot, de la doctrina del conocimiento de L. Brunschwig, de las teorías de Natorp: "Todo ser u objeto que la cien-

cia intente fijar debe disolverse de nuevo en la corriente del devenir. En último término, únicamente de este devenir y de él sólo, podemos decir que es un hecho". No podemos olvidar la aportación de Th. S. Kuhn con su libro sobre las revoluciones científicas. Estos pensadores consideran el conocimiento como un proceso dinámico.

Toulmin describe con gran acierto la confrontación entre ambos enfoques: "La gran divisoria de la ciencia del siglo XX es la que discurre entre los filósofos platonizantes que tratan de encontrar una estructura permanente en la ciencia y aquellos otros para quienes la cuestión principal consiste en dar razón del cambio científico".

Las epistemologías platónicas, racionalistas o apriorísticas, creyeron encontrar instrumentos del conocimiento ajenos, superiores o anteriores a la experiencia. No realizaron una verificación de sus teorías, se limitaron a describir las propiedades que atribuían al instrumento de conocimiento empleado, sin tener en cuenta que la experiencia es asimilación de estructuras.

Desde que el hombre empezó a hacer filosofía orientó una parte de sus investigaciones a descubrir qué es la ciencia, entendida como conocimiento de la verdad en contraposición con la opinión, la ilusión, etc. ¿Qué motivaciones encontramos para esta actitud?

La necesidad de comprender lo que es la ciencia

se debe a la esperanza en conseguir una sociedad más libre e ilustrada, en la que todos poseamos una cultura humanística. Para conseguirlo comenzaremos la búsqueda de un criterio que distinga lo que es científico de lo que no lo es. Un criterio de estas características supone un gran avance, pues introduce orden y rigor en las investigaciones, aunque también incorpora un elemento negativo, la tendencia a transformar el criterio hallado en un dogma infalible que excluye a todos los demás. Hay que desprender a la investigación de este aspecto negativo para que no anule todo su valor.

Es de general conocimiento lo que la ciencia hace: observa, experimenta, descubre, mide, inventa teorías que explican el cómo y el porqué de las cosas, refuta, confirma o no confirma, separa lo verdadero de lo falso, lo que tiene sentido de lo que no lo tiene; en definitiva, nos dice cómo llegar a donde queremos llegar. ¿Pero qué entendemos por ciencia?

La ciencia, desde el punto de vista de su estructura, constituye un cuerpo organizado y sistemático de conocimientos que hace uso de leyes o principios generales. Es una descripción del mundo que permite a los científicos utilizar lenguajes y criterios comunes para la justificación de presuntos conocimientos y creencias. Por lo tanto, la ciencia es universal aunque el conocimiento científico no sea plenamente independiente del tiempo, el lugar y

la circunstancia.

La ciencia no es sólo un cuerpo de conocimientos cuya estructura podemos investigar, también es un complejo de actividades y funciones dirigidas a un fin. La parte funcional de la ciencia son sus actividades características, sus objetivos y su desarrollo.

De todo esto obtenemos la conclusión de que la ciencia es un gran éxito, pero resulta difícil admitir por completo tal seguridad de propósitos y método. Existen muchas cosas que la ciencia no puede explicar y es necesario admitir una incertidumbre radical en los fundamentos de su conocimiento. Vamos a realizar un examen crítico y racional de sus rasgos fundamentales, teniendo en cuenta que no hay misterios en la ciencia, únicamente nos encontraremos con lo que precisa ser comprendido y estudiado.

La ciencia se encuentra ligada en su continuidad histórica con la experiencia común, con los modos habituales de comprender, hablar y pensar, ya que la ciencia no surgió plenamente desarrollada sino que pasó por crecimientos, modificaciones y replanteamientos radicales, compartiendo todo esto con la tradición y con conceptos atrofiados.

Existe una interacción entre la razón natural y la ciencia, pues todas las investigaciones suponen, dados unos conocimientos previos, los conocimientos comunes y

los conocimientos científicos obtenidos con anterioridad; además, las sucesivas indagaciones que se realizan, van corrigiendo o rechazando parcelas del conocimiento ordinario.

El sentido común es el conjunto de previsiones ciertas que se refieren a lo que todo el mundo debe saber de las actividades básicas de la vida cotidiana. Es un conocimiento que hace posible el trabajo y la vida social, delimitando la aleatoriedad y el peligro en la acción. No es tan invariable ni tan universal como para no cambiar según los entornos y períodos históricos. Su adaptabilidad nos indica que es un instrumento importante para la supervivencia de la especie humana, similar al uso que otras especies animales hacen de la coloración protectora o la organización social. Porque es un conocimiento tácito o inexplicito está más cerca del hábito que del pensamiento consciente, asimismo es, en muchos casos, erróneo y generaliza demasiado impidiendo su uso en situaciones especiales y nuevas.

El conocimiento científico y el conocimiento de sentido común pretenden ser racionales y objetivos. La racionalidad los hace críticos y coherentes, mientras que la objetividad les obliga a adaptarse a los hechos en vez de permitirse especulaciones. Pero el conocimiento de sentido común tiene una objetividad limitada por su estrecha vinculación con la percepción y la acción, cuando sale

de este contexto cae en el mito. Por el contrario, la ciencia consigue la construcción de imágenes de la realidad que son verdaderas e impersonales, pues se basan en teorías contrastables. La ciencia no teme a las hipótesis no observables si permanecen bajo su control a través de pruebas a los supuestos.

En cuanto a la racionalidad, el sentido común es la acumulación de unidades informativas poco vinculadas entre sí, mientras que la ciencia, al basarse en teorías, puede sistematizar coherentemente los enunciados de tal forma que estén fundados y se puedan verificar.

Existen pensadores científicos, como por ejemplo los escolásticos medievales, los realistas escoceses, los filósofos del lenguaje como G.E. Moore, etc., que consideran las teorías científicas supeditadas al sentido común. Si lleváramos adelante esta forma de discurrir tendríamos que rechazar la genética, la física relativista y las teorías cuánticas, ya que chocan con el conocimiento de sentido común. Pero debemos comprender que la ciencia surge cuando el sentido común no puede resolver problemas o deja de plantearlos. El crecimiento científico va superando continuamente los cánones de validez existentes y crea otros nuevos, por lo que el conocimiento de sentido común no puede ser el juez de la ciencia.

El científico arrastra la herencia del sentido común que está perfectamente camuflada en el comportamiento

y en el lenguaje, también posee la herencia de formulaciones metafísicas, epistemológicas y lógicas que se han incorporado a la ciencia durante su desarrollo. Esta herencia no crítica, ni criticada, puede entorpecer su trabajo con normas ocultas.

La limitación a la crítica por parte del conocimiento de sentido común nos obliga a separarnos de él, a pesar de su amplitud y potencia inductiva. En adelante vamos a adentrarnos en el método científico como único procedimiento que va a coordinar y definir los elementos básicos de la ciencia.

El hombre desea no sólo saber, sino también comprender; esto hace que exista una fuerte tendencia a obtener el conocimiento en forma de un todo que integre lo que sabemos, sin tener en cuenta los conocimientos sueltos. Este impulso hacia la claridad conceptual y la coherencia sistemática es una exigencia de la práctica científica.

El estudio de la ciencia consiste en el análisis del esquema general de la investigación científica, la lógica del discurso científico y las implicaciones de su método y resultados. Esta introspección de la ciencia se interesa por el conocimiento científico independientemente de su origen psicológico, de sus bases culturales y de su evolución histórica.

Los éxitos del planteamiento científico, así como su independencia del tema en estudio, han originado una potencia expansiva de la ciencia, que se ocupa ahora de temas cubiertos antes por otras disciplinas. La adopción universal de una actitud científica va a hacernos más cautos en la recepción de información, en la admisión de creencias y en la formulación de previsiones. También va a aumentar la exigencia en la contrastación de nuestras opiniones, haciendo que seamos más tolerantes, permitiéndonos eliminar los mitos mediante su sustitución por una confianza en la experiencia guiada por la razón y a la vez una contrastación de la razón con la experiencia. Todo esto posibilita que planeemos y controlemos mejor nuestras acciones, seleccionando los fines coherentemente con el conocimiento disponible y no basándonos en el hábito y en la autoridad.

¿Pero es la ciencia en su conjunto una actividad racional? ¿Podemos interpretar el mundo como un orden geométrico al estilo de Platón, o por el contrario, como sugiere Aristóteles, el movimiento no puede ser recogido por un universo estático como el de las ideas matemáticas de la geometría y la aritmética? ¿Distinguiremos entre hechos y teorías, entre lenguaje teórico y observacional, o resaltaremos la dependencia teórica de la observación? ¿Utilizaremos la inducción, o tendremos que buscar soluciones parciales al problema de la generalización científica?

Los científicos no se ponen de acuerdo respecto de estos temas, lo que da lugar a una proliferación de líneas de pensamiento, que van a proporcionarnos modelos parciales sobre la realidad. La ciencia no obtiene, por tanto, verdades definitivas; no es un conocimiento final sin posibilidad de corregirse, pues siempre podemos encontrar evidencias falsadoras o argumentaciones desfavorables de los supuestos iniciales y de las conclusiones.

Reconocer que los conocimientos que posee la humanidad son provisionales e inciertos, estimula la investigación, la búsqueda de ideas que permitan acceder a los hechos de un modo cada vez más adecuado. La investigación científica va a provocar cambios sucesivos en el conjunto de los conocimientos, suscitando nuevos problemas.

Ante la diversificación de caminos científicos, surgen intentos de sistematizar un método que asegure la aplicabilidad de los resultados esperados, a través de un modelo teórico y una estructura lógica que va a contrastarse con la experiencia para validarse o invalidarse, y que incorpora elementos de juicio que permiten decidir entre diversas alternativas teóricas. Esta estructura que subyace a todas las técnicas, es un método general de la ciencia que denominamos "El método científico". La existencia de una estructura metodológica única no se debe a una teoría científica única, que lo abarque todo, y tampoco a un lenguaje unificado y utilizable para cualquier

fin, sino que se basa en la unidad de su planteamiento.

La justificación del método científico tiene una componente pragmática, no conocemos otras reglas que se adecúen más a la finalidad de la ciencia, esto es, la construcción de modelos conceptuales que posean la mayor aproximación posible a la realidad; y la ciencia afirma ser más verdadera que cualquier otro modelo no científico, pudiendo además probarlo mediante la contrastación. Además, todos los intentos de captar la realidad directamente, sin elaboración alguna, han fracasado sin excepción, ya que la mayoría de los hechos están más allá de la experiencia y tienen que ser objeto de hipótesis, no de intuición directa. También posee el método científico una justificación teórica, pues sus reglas están basadas en las leyes de la lógica y las leyes de la ciencia.

El método científico logra sobrepasar al sentido común, al lenguaje común y a la actividad común, construyendo un esquema conceptual que se adecúa al tema de trabajo con la precisión deseada, mediante la crítica y la verificación de conceptos. Con esta abstracción conceptual y lingüística podemos reemplazar la manipulación de cosas y sucesos por la utilización de símbolos, permitiendo que operemos con las representaciones de los hechos y sus relaciones, en lugar de hacerlo con los hechos mismos.

Nuestro pensamiento es un proceso de formación de conceptos y de elaboración de estructuras más o menos sis-

temáticas, dentro de las cuales los conceptos se relacionan entre sí. Estos conceptos, aunque se refieren a situaciones particulares, pertenecen a clases de cosas y tipos de situaciones, por lo tanto poseen una mayor o menor generalidad. Los conceptos van a ser, por tanto, la herramienta de trabajo de la ciencia, permitiéndonos sintetizar fenómenos complejos, reflejar sus relaciones y representarlos de forma comunicable.

Veamos ahora cómo se origina y transforma la ciencia, las etapas que recorre el saber científico, y cuáles son sus límites. El proceso científico de análisis y síntesis comienza con la discriminación o distinción de relaciones lógicas entre conceptos, y continúa con la descripción de proposiciones que se organizan en teorías, ya que lo que conocemos como ciencia es el conjunto de proposiciones demostradas que están estrechamente vinculadas entre sí de forma sistemática, siendo el sistema la unidad arquitectónica de las verdades y la teoría la unidad de las fundamentaciones o demostración de esas verdades.

Esto hace necesario que estudiemos los dos procedimientos de síntesis o sistemáticas que se basan en rasgos objetivos, la preteorética y la teorética. La sistemática teorética es la única que puede introducir sin arbitrariedad propiedades no observables, pues la teoría mejora la conexión entre los datos y las hipótesis a través de conceptos que se refieren a características esenciales, la

mayoría de las veces ocultas a nuestros sentidos, y que por lo tanto sólo son hipotetizables. La sistemática pre-teorética, al no incorporar una teoría que pueda corregirla o enriquecerla, va a ser menos profunda que la teorética.

Como la sistemática teorética contiene los resultados de la investigación empírica y de la investigación en teorías, se produce una interrelación entre la síntesis teorética y la teoría incorporada en ella, de tal forma que la teoría explica la sistemática, y la sistemática resume e ilustra la teoría que le sirve de base. Los procedimientos de síntesis que incorporan una teoría se convierten en algo más que una subordinación lógica que podría ser arbitraria.

Los científicos ven, oyen y manipulan condicionados por una interacción intimista con las cosas, lo que les lleva a estudiar estructuras, leyes, relaciones, origen y desarrollo de los procesos, ordenación de las secuencias producidas por los cambios, etc. Pero antes de empezar la investigación, elaboran un plan de trabajo que delimite la sucesión ordenada de pasos a dar, teniendo cada uno de ellos un objetivo bien delimitado. El proceso es como sigue:

- a) Se debe formular el problema con claridad, sin vaguedades en los conceptos o ambigüedades en los signos, evitando las fórmulas lógicamente

defectuosas.

- b) Identificar los constituyentes, señalando las premisas y las incógnitas.
- c) Determinar si el problema es sustantivo o estratégico, especificando en el primer caso si es empírico o conceptual, y en el segundo, si es metodológico o de valoración.
- d) Informarse de los antecedentes del problema para que el trabajo sea más rutinario.
- e) Valorar las ventajas e inconvenientes de los posibles procedimientos a utilizar, seleccionando el que se ajuste más a la clase de solución deseada.
- f) Introducir supuestos simplificadores que eliminen la información repetida y compriman los datos.
- g) Programar una estrategia que desmenuce el problema en sus unidades más simples y coloque estos subproblemas en orden de prioridad lógica, o según su grado de dificultad.
- h) Si es posible, transformar el problema mediante la variación de su formulación o de sus constituyentes, para conseguir una problemática equivalente que sea más fácil de resolver.

- i) Controlar la solución obtenida, comprobando si es correcta o al menos razonable, y estimar la precisión alcanzada, para determinar las posibles vías que mejoren la solución.
- j) Repetir todo el proceso con una técnica distinta que permita comparar resultados.

El pensamiento científico se inicia con preguntas, con dificultades, por eso el primer paso consiste en tomar conciencia de un problema al que vamos a delimitar y ubicar dentro del saber ya adquirido para enriquecerlo o rectificarlo. El segundo paso consiste en la elaboración de conjeturas o hipótesis que se fundamentan en indicios y probabilidades, con los que poder explicar y comprender mejor el problema. Estas previsiones o expectativas provisionales llevan incorporada una estructura cuya misión es facilitarnos las pruebas experimentales que las apoyen o dejen de apoyar.

La última etapa de este proceso es la comprobación de las hipótesis formuladas, teniendo en cuenta que algunas requieren la observación directa, otras necesitan que hagamos un experimento y en tercer caso es cuando las hipótesis están expresadas matemáticamente y hay que recurrir a la inferencia. La racionalidad científica va a limitar la observación dentro de un sistema ordenador, es decir, de un sistema de medida. Pero la precisión de las observaciones no es importante, en sí misma, lo que nece-

sitamos es una precisión apropiada que esté determinada por el alcance y la intención del experimento. Por lo tanto, lo que va a regir y controlar los experimentos son, el lenguaje, los valores obtenidos, la teoría que los encuadra, los instrumentos de medida disponibles y las expectativas del observador.

Hay que diferenciar dos clases de problemas científicos, los rutinarios y los de investigación. Los rutinarios se tratan con estrategias fijas, porque no dan lugar a novedades durante su resolución. Por el contrario, los problemas de investigación exigen estrategias múltiples, ya que la ordenación parcial de las proposiciones suele alterarse durante la investigación, ya sea porque surgen problemas no previstos al plantear la estrategia inicial o debido a que los resultados que se van obteniendo proporcionan nuevos enfoques de los problemas iniciales.

Pero no hay recetas infalibles para obtener una solución definitiva de los problemas de investigación. La metodología científica está en un estado descriptivo, preteorético. No consigue dar una justificación teórica a las reglas del método científico. Esta situación se debe en parte al supuesto tácito por el que se mantiene que todo lo que da resultado es bueno, pero tenemos que darnos cuenta que el método científico no da resultados perfectos.

Las discusiones metodológicas sólo se animan en

los comienzos de cada ciencia y cuando el método dominante fracasa, mientras tanto, los científicos adoptan una actitud de ensayo y error, incluyendo en su rutina cotidiana las reglas de investigación que les resultan más eficaces. La única regla general del trabajo científico consiste en ser audaces al establecer las hipótesis y rigurosos cuando se someten a contrastación.

¿Y si la adhesión de los científicos a sus teorías fuese en última instancia un acto de fe? ¿Y si en la ciencia hubiera dogmas al igual que en la religión? ¿Está la ciencia en oposición a la ideología?

Existen varias posturas respecto a la separación de contextos o independencia entre hechos y teorías. Empecemos por Carl Gustav Hempel, que es un autor representativo de la ciencia analítica, en su "Theoretical Concepts and Theory Change" describe cómo la ciencia ha realizado un gran esfuerzo para esclarecer la estructura y el funcionamiento del método científico, a través de una interpretación empirista y un tratamiento lógico de los problemas. Representantes de este enfoque son el Círculo de Viena (Carnap), el Círculo de Berlín (Reichenbach), también los precursores (Ramsey) y los continuadores (Braithwaite, Nagel) del empirismo lógico; finalmente, incluiremos a Karl R. Popper.

Posteriormente ha surgido una interpretación y un tratamiento de la ciencia que se basa en consideraciones

históricas y sociológicas. En este segundo enfoque encontramos a Thomas S. Kuhn, Feyerabend, Hanson y Toulmin.

La tercera posición es la defendida por M. Polanyi, que rechaza al tribunal de los científicos como método de juzgar la adecuación global de un modelo metodológico determinado, ya que una caracterización general es imposible. Sólo en cada caso concreto cabe preguntarse si tal o cual decisión es o no científicamente racional y los científicos implicados en el problema son los únicos que poseen el conocimiento tácito para decidir.

El Círculo de Viena, el de Berlín y los empiristas lógicos pretenden liberar a la ciencia de especulaciones metafísicas, reclusiéndola en el uso riguroso de la lógica y la experiencia. Pero el neopositivismo no incorpora la preocupación del positivismo clásico de que el conocimiento científico es poder, en cuanto que permite manipular la naturaleza y el mundo social; estos temas eran ajenos al análisis del lenguaje científico de los empiristas lógicos.

Analicemos ahora la postura de Karl R. Popper, que es partidario de la separación de contextos; para justificarlo recurre a la falsabilidad como línea divisoria entre los sistemas científicos y los que no lo son. Únicamente considera científicos los sistemas de enunciados que pueden chocar con los hechos, demostrando su falsedad a través del esquema *modus tollens*: "Si T se deriva de O y la

naturaleza demuestra que O no es el caso, entonces T no puede ser verdad".

Para Popper la principal tarea de la ciencia es la búsqueda de la verdad, de teorías verdaderas, que además posean un alto poder explicativo, pues para él la verdad debe ser provechosa. Wittgenstein y sus seguidores dan mayor importancia al problema del significado en detrimento del de verdad, pero Popper piensa que el significado aprisiona a los científicos en el análisis del lenguaje científico, mientras que la verdad obliga a decir algo acerca de la correspondencia entre las teorías científicas y la realidad. La concepción de verdad popperiana no abandona el horizonte lingüístico de los científicos analíticos que, según Tarski, consiste en la adecuación entre los enunciados y los hechos, en un lenguaje dado. Pero esta condición lingüística no disminuye su objetividad, ya que es asintótica para cada enunciado o conjunto de enunciados que forman una teoría, dando lugar a un grado más o menos alto de verosimilitud o aproximación a la verdad. Esta verosimilitud se calcula en base a las probabilidades, pero no son probabilidades subjetivas, pues buscar la verdad no es lo mismo que poseerla, y Popper piensa como Lessing que Dios es el único poseedor de la verdad, nosotros debemos contentarnos con la tendencia indefinida hacia ella.

La concepción acumulativa del progreso científico

es rechazada por Popper, que observa cómo los investigadores alcanzan soluciones a los problemas mediante la construcción de teorías y éstas acaban dando lugar a otros problemas al entrar en conflicto con observaciones inesperadas o por contradecir otras teorías. Para él sólo hay progreso al considerar el ensanchamiento continuado del ámbito de problemas de la ciencia. Como es un gran defensor de la racionalidad en la ciencia, piensa que los científicos sólo dan pasos que están lógicamente controlados y empíricamente asegurados sin excluir la crítica de hipótesis y teorías. Si se produce una refutación de las conjeturas hay que seguir creando nuevas hipótesis y teorías. En esto consiste el desarrollo popperiano del conocimiento.

Las ideas popperianas han influido en la economía, así los términos "contrastación", "refutación", "contenido empírico", etc., son empleados normalmente por los economistas, pero ¿cuál es el método adecuado para las ciencias sociales, y en concreto para la economía?

Citemos a Popper:

"Yo, al principio, he hablado de argumentos contra la unidad del método entre las ciencias sociales y las físicas, luego he descrito argumentos a favor de la unidad de métodos. Durante mi carrera he cambiado de opinión sobre

este aspecto bastantes veces. Pensaba que había encontrado el punto de divergencia entre las ciencias sociales y naturales, y luego se me ocurría un contraejemplo que me hacía ver que no era tal... La única tesis sobre la unidad de métodos que yo defendería es que siempre aprendemos por la crítica, en cuanto a lo demás, la diferencia puede ser tan grande como se quiera".

Popper no resuelve el problema, lo único que hace es dar pistas de por dónde puede estar la solución. Como, según él, la aplicación de métodos psicologistas a las ciencias sociales conduce a la pérdida de objetividad, se deben sustituir por modelos basados en la lógica de la situación, ya que en ellos todo es contrastable. Y en lugar de utilizar leyes empíricas que configuran la explicación del proceso científico, se empleará el principio de racionalidad.

Para Popper las ciencias sociales tienen unos logros inferiores a los de las ciencias naturales, no porque su objeto de estudio sea más complejo, sino por el empleo de métodos esencialistas, influencias hegelianas, verbalismo y por el psicologismo que algunas veces las caracteriza.

Los elementos del método a emplear en las ciencias

sociales son dos. En primer lugar las condiciones iniciales o explanans del científico que va a recoger cuáles son sus intereses personales y propósitos. Los factores situacionales o informaciones disponibles por las personas implicadas en la investigación y la ley o leyes universales adecuadas a este proceso científico. En segundo término hay que aplicar el principio de racionalidad o suposición de que las personas actúan más o menos racionalmente. El procedimiento descrito es la lógica de la situación de Popper. Si una teoría es contrastada y resulta errónea, tenemos que decidir a qué parte constitutiva vamos a hacer responsable del fracaso. Una política metodológica prudente aconseja la contrastación y crítica de las condiciones iniciales del modelo, en lugar de hacerlo al principio de racionalidad (que sustituye a las leyes empíricas utilizadas normalmente en una explicación).

Finalmente, la metodología de Popper ante la existencia de teorías rivales, supone que una de ellas va a levantarse siempre sobre la destrucción de la otra, o al menos va a dejarla mal herida.

Pasamos ahora al análisis de Kuhn. Su comienzo como filósofo se debe al descubrimiento del desacuerdo entre el modelo clásico y los comportamientos reales intuitivamente progresivos. Kuhn es poco dado a declaraciones de principio, para él lo importante es explicar por qué la ciencia progresa tal como lo hace:

"Al descubrir que gran parte del comportamiento científico, eludía persistentemente los cánones metodológicos aceptados, hube de preguntarme por qué tales fallos de adecuación no parecían inhibir en absoluto el éxito de la empresa. Posteriormente descubrí que una visión distinta de la naturaleza de la ciencia transformaba lo que antes parecía una conducta incorrecta en parte esencial de la explicación del éxito científico".

En "The structure of Scientific Revolutions", Kuhn expone el desarrollo del conocimiento científico. Describe la ciencia cotidiana o ciencia normal, como aquella que el científico acepta sin crítica, dejando de cuestionarse a cada paso la vigencia de una teoría o grupo de teorías. Posteriormente, Kuhn define como "paradigma" al conjunto de elementos compartidos por los miembros de la comunidad científica, incluyendo también las condensaciones teóricas vigentes bajo la forma de soluciones arquetípicas a problemas, y además las generalizaciones simbólicas, categorizaciones y valoraciones profesionales comunes.

Según la visión histórica de Kuhn, la ciencia normal es reformista, mientras que las revoluciones científicas son una excepción, pues suponen una ruptura radical

con el pasado. Cuando un paradigma encuentra dificultades, lo normal es que sus seguidores traten de solucionarlo en lugar de resignarse y ver cómo desaparece.

Un nuevo paradigma va a proporcionarnos una manera distinta de conceptuar la realidad. Por eso, que obtengamos en un experimento un resultado diferente al esperado carece de relevancia por sí mismo, no sirve para refutar el paradigma utilizado, pues es susceptible de diversas interpretaciones teóricas.

El ver siempre la realidad desde la perspectiva de una teoría va a cuestionar a la lógica y la experiencia como únicos patrones de procedimientos metodológicamente aceptables, existen otras posibilidades distintas al empirismo lógico como metodología científica. También queda en entredicho la caracterización popperiana de la ciencia como búsqueda por aproximación a la verdad, pues aunque los hechos sean los mismos, son vistos de distinta manera por las diferentes teorías. Esto impide que dos teorías rivales puedan apelar a una supuesta realidad común para solucionar su enfrentamiento, pues son inconmensurables entre sí.

El desarrollo de la ciencia presentado por Kuhn ha provocado numerosas reacciones. Para Popper es un proceso irracional, mientras que Feyerabend defiende este irracionalismo como una salida válida cuando la lógica y la experiencia no pueden explicar el cambio de teo-

rías. Kuhn pretende mantenerse equidistante entre las dos posturas en su trabajo "Logic of Discovery or Psychology of Research", en donde considera que la ciencia no es racional ni irracional, sino arracional: "La ciencia es lo que es y no lo que a los científicos les gustaría que fuese".

Dentro del enfoque histórico-sociológico del tratamiento de la ciencia hay que hacer mención también a Feyerabend, que no es partidario de las reglas metodológicas, pues siempre podemos encontrar para cada una de ellas, una trasgresión que proporcione éxitos importantes:

"Considero cada ejemplo de investigación no sólo como un caso posible de aplicación de una regla, además es una contrastación de la misma. Podemos permitir que la regla guíe nuestra investigación, pero también podemos hacer que nuestra investigación suspenda la regla o la conceptúe inaplicable, aun cuando todas las condiciones conocidas exijan su aplicación".

Irónicamente, Feyerabend piensa que la única regla universal es "todo vale".

El enfrentamiento Popper-Kuhn ha provocado distintas posturas en los científicos; analizaremos tres de

ellas. La primera es la de un discípulo de Popper, Imre Lakatos, defensor a ultranza de una metodología normativa que especifique por adelantado unos criterios de carácter lógico para definir y decidir acerca de la racionalidad. Oponiéndose a Kuhn, el procedimiento de Lakatos recoge los ideales clásicos normativos y elimina de ellos los componentes psicológicos, que sustituye por criterios lógicos. Así, veremos después que el concepto de programa de investigación de Lakatos, es la versión lógica de la noción kuhniana de paradigma.

Según Lakatos, el aspecto más efectivo de la visión paradigmática es el carácter irrefutable de los supuestos básicos (ontológicos, formales y metodológicos), que definen una tradición científica; pero rechaza la posibilidad de emplear como criterio de valoración racional de las decisiones científicas los valores de las élites científicas, en lugar de utilizar las reglas.

La idea kuhniana de crisis es sociológica, por eso las discusiones, entre tradiciones alternativas, no tienen en cuenta criterios objetivos para evaluar el estado de cada una de ellas, y esto hace que decidamos en función de mecanismos irracionales, tales como la propaganda. Al prescindir de los algoritmos convertimos cada decisión científica en una discusión que sienta precedente, lo que impide reconocer cuándo una tradición científica está estancada o degenera.

Ya expusimos antes que la concepción popperiana de la ciencia consiste en que una teoría sucumbe ante otra rival por no poder hacerse cargo de los hechos, que si son explicados por la segunda teoría, la teoría antigua es subsumida como un caso particular de la teoría nueva. Pero la reducción de teorías encuentra grandes dificultades, según Feyerabend, al tratar de abreviar teorías inconmensurables, el aparato conceptual de la teoría reductora impone modificaciones decisivas a la base empírica de la teoría reducida, con lo que ésta se convierte en una teoría distinta de la original. Además, los científicos que defienden teorías rivales emplean lenguajes que se diferencian en los aspectos relevantes de su discrepancia, por lo que no se pueden utilizar los referentes de los enunciados de estos lenguajes para resolver la discusión.

Para resolver el problema creado por Popper, Lakatos emplea el concepto kuhniano de paradigma, denominándolo programa de investigación. Este programa consta de tres partes, la primera es la heurística negativa, según la cual los programas disponen de un núcleo teórico que es inmune a la refutación o está refutado con anterioridad, este núcleo se conserva hasta que deje de promover nuevos problemas o conduzca a problemas sin ningún interés. En esta primera parte, el programa va a explorar hasta dónde se puede llegar con los compromisos previos que forman el núcleo.

En segundo lugar, la heurística positiva indica cómo se van a desarrollar los programas para que puedan solucionar:

- a) Los problemas que vayan surgiendo.
- b) Sofisticaciones empleadas y dónde vamos a introducirlas.
- c) Qué soluciones vamos a considerar adecuadas y qué resulta no permisible.

En la tercera parte, los programas de investigación contienen un elemento dinámico, las hipótesis auxiliares, que establecen las condiciones iniciales de las deducciones con las que el núcleo forma su contenido empírico. A esto Lakatos lo denomina cinturón protector, porque es la parte del sistema que eliminamos cuando al aplicar la falsación se obtiene una contrastación empírica negativa y tenemos que elegir entre modificar las hipótesis auxiliares o cambiar el núcleo.

Después de establecer la estructura y el desarrollo general de los programas de investigación, Lakatos pretende encontrar normas para su evaluación. Como considera que no es posible la crítica de un paradigma desde el mismo paradigma, utiliza el criterio de comparación para determinar la superación de los programas. Según este criterio un programa es teóricamente progresivo si las sucesivas modificaciones del cinturón protector (hipótesis auxi-

liares) lleva a nuevas predicciones, en lugar de resolver dificultades concretas, y es empíricamente progresivo si alguna de las predicciones se corrobora.

Aunque algunas de las predicciones no se confirmen, Lakatos va a estimar que el programa progresa, basándose en que toda innovación provoca un aumento de contenido empírico y las anomalías en el proceso se resuelven modificando sucesivamente el cinturón protector.

Cuando el programa deja de predecir y de descubrir nuevos hechos, entra en una etapa de degeneración, su estrategia consiste en defender sin ampliarlo el nivel problemático alcanzado. Un programa aislado que degenera necesita un programa alternativo que tenga un mayor contenido empírico y permita pasar de la evaluación a la decisión, al poder predecir más que su rival.

La dificultad está en saber cuándo y en virtud de qué criterios un programa de investigación continúa mereciendo nuestra adhesión. ¿Por qué no esperar siempre un poco más antes de retirarle nuestra confianza por pensar que está estancado?

Para Feyerabend, Kuhn, Grünbaum, etc., el modelo de Lakatos es difícil de aplicar, ya que no establece medidas del progreso y de la degeneración de los programas. Sin precisión, las ideas cualitativas de progreso y superación deben decidirse según cada caso concreto, indicando

situaciones pasajeras de los programas de investigación y dependiendo de factores psicosociológicos que tanto criticaba Lakatos a Kuhn.

Otra reacción a la confrontación Kuhn-Popper es la de J.D. Sneed y Wolfgang Stegmüller, quienes al hablar de racionalidad en la ciencia distinguen la racionalidad empleada dentro de un paradigma, de la que se utiliza en la competencia de dos o más paradigmas.

El proceso científico comienza cuando mantenemos una teoría y mediante la investigación buscamos modelos para ella. La racionalidad intraparadigmática aconseja aplicar la lógica y la experiencia en este proceso, para obtener los resultados esperados. ¿Qué significado tiene que lo hallado no se ajuste a las predicciones de la teoría? Pues que nuestro sistema ya no es un modelo de la teoría originaria, aunque sí puede serlo de otra nueva por construir o ya construida.

Stegmüller habla de racionalidad y progreso científico entendido a modo de evolución darwiniana, por eso los científicos eligen las teorías que tienen mayor capacidad de explicación y predicción. Su metodología es una versión más fiel a las ideas de Kuhn que la desarrollada por Lakatos y sus programas de investigación. De Popper incluyen el rendimiento explicativo-predictivo de las teorías en calidad de objetivo último de la ciencia, pero rechazan los experimentos cruciales que acreditan como

verdadera a la teoría victoriosa y descalifican por falsa a la vencida. Para ellos, las teorías sobreviven mientras haya modelos que la satisfagan, pudiendo revivir las no utilizadas cuando se les aplica las transformaciones necesarias, ya que en el mundo habrá siempre más hechos que teorías y por lo tanto, ninguna teoría puede agotar toda la realidad.

La tercera reacción al enfrentamiento Popper-Kuhn, es la de Willard V.O. Quine, quien conceptúa que la diferencia entre la antigua y la nueva metodología científica consiste en la posibilidad de refutar las teorías científicas de tal forma que los enunciados han de ser contrastados con los hechos. Pero los términos empleados en los enunciados sólo logran medirse en función de la teoría que los incluye, y ninguna medición puede ir en contra de una ley dentro de una teoría, cualquier contradicción de la ley y los hechos se atribuye a un error de medida, en lugar de considerar inadecuada a la ley.

Además, hay que tener en cuenta al usuario del lenguaje y el contexto lingüístico global en donde se desarrolla el proceso. La unidad lingüística básica para Quine no son los términos que integran los enunciados de las teorías científicas, ni las teorías que intervienen en el paradigma o en el programa de investigación. La unidad lingüística básica es el todo de la ciencia y dentro de esa totalidad, cualquier principio teórico puede eludir

la refutación si consideramos que es una convención lingüística.

Con el fin de compensar, Quine opina que ningún principio o enunciado está libre de revisiones o desplazamientos dentro del sistema hacia la zona en que el lenguaje contacta con la realidad. Su concepción de lo que es la ciencia, no excluye la posibilidad de competencia de subtotalidades del sistema o entre sistematizaciones alternativas de la totalidad, como si fueran paradigmas kuhnianos. Quine separa los principios teóricos y los enunciados observacionales, por eso no se puede resolver la competencia de teorías rivales mediante refutaciones en un experimento crucial. Surge entonces el problema de la inconmensurabilidad entre dos sistemas irreconciliables, lo que quiere decir que es imposible la comunicación racional de sus respectivos adeptos. Quine piensa que la traducción es a la vez semántica y pragmática, ya que consiste en la correlación del lenguaje traducido, el lenguaje traduyente y una realidad extralingüística común a ambos, además es necesario un traductor capaz de sumergirse en uno y otro concepto, reviviendo alternativamente la experiencia de la realidad desde los dos lenguajes.

El usuario del lenguaje científico es la comunidad científica y no el científico considerado aisladamente, por tanto, hablaremos de totalidad social o pública. El todo de la ciencia es, según Quine, una totalidad histórica en un momento dado.

I.2 DAVID HUME Y LAS ALTERNATIVAS QUE SURGEN A PARTIR DE EL

Si no nos aventuramos más allá de lo que ya sabemos, ¿cómo podemos aprender de la experiencia? Aunque tenemos que ser precavidos y no caer en generalizaciones apresuradas. (Morris Cohen y Ernest Nagel, "Introducción a la lógica y al método científico", Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1979).

Aristóteles es el primero que utiliza el término inducción, describiéndolo como un proceso mental por el cual se percibe y se identifica un carácter o relación universal en un caso concreto. Es decir, la inducción serviría para designar los casos de argumentación no demostrativa, en los que la verdad de las premisas no contiene la verdad de la conclusión.

Los primeros escritos acerca de la inducción pretendían demostrar que las conclusiones de las argumentaciones inductivas eran verdaderas. Posteriormente (a finales del siglo XIX), surge una corriente de pensamiento con ambiciones más modestas, conformándose con obtener probabilidad en lugar de certeza.

Los tipos de argumentación inductiva han sido numerosos, veamos algunos ejemplos:

a) Inducciones primarias

Se deben a Jean Nicod y consisten en argumentaciones no demostrativas en las que las premisas obtienen su certeza o probabilidad independientemente de cualquier inducción.

b) Inducción por enumeración completa

Consiste en establecer una proposición universal mediante la enumeración exhaustiva de todos los casos que es posible subsumir en ella.

Evidentemente, esta inducción sólo es posible cuando todos los casos de la proposición universal están en conformidad con ella, pero no se puede aplicar para inferir algo acerca de casos no examinados. El uso de estas proposiciones universales exige siempre un razonamiento circular.

Es difícil encontrar situaciones en las que podamos emplear la inducción perfecta o por enumeración completa, ya que el conjunto de casos a enumerar suele ser demasiado grande o resultan indeterminables en el espacio y el tiempo.

El problema con el que se enfrenta la ciencia consiste en cómo generalizar cuando los casos examinados no constituyen todos los casos posibles. Los científicos necesitan un proceso de generalización que, partiendo de

un enunciado verdadero para algunos casos observados, lleque a un enunciado verdadero para todos los casos posibles de una cierta clase.

Este proceso de generalización sólo es válido si las ocurrencias examinadas pertenecen a una clase homogénea; pero en el estado actual del conocimiento humano, tal homogeneidad únicamente puede establecerse con un cierto grado de probabilidad.

La lógica sólo puede darnos un precepto negativo, eliminar la falacia de selección, es decir, el error de suponer que la característica común a los acontecimientos observados de una clase es necesariamente verdadero para todos los miembros posibles de esa clase.

En general, no sabremos si todas las premisas lógicamente necesarias en un razonamiento inductivo son verdaderas, pues ignoramos si los casos verifcatorios de la proposición general que hemos examinado son muestras imparciales de la clase total a la cual pertenecen. El problema de la inducción es determinar en qué medida las muestras son imparciales. Los elementos de juicio en favor de proposiciones universales relativas a cuestiones de hecho nunca pueden ser más que probables.

Es necesario encontrar sucesos en los que tales generalizaciones se verifiquen, pero la repetición de circunstancias confirmadoras no sirve como elemento de juicio

en favor de la verdad de estas proposiciones, pues los casos concretos son sólo una parte de las proposiciones universales.

Stuart Mill señala que hay ocasiones en las que un número muy grande de hechos verificadores resulta insuficiente para establecer una generalización sólida, mientras que en otros acontecimientos bastan unos pocos para que les asignemos nuestra confianza o convicción.

¿Por qué en algunos casos basta un solo ejemplo para realizar una inducción completa y en otros, miles de ejemplos coincidentes no sirven para establecer una proposición universal?

Quien responda a esta pregunta habrá resuelto el problema de la inducción.

Examinemos el papel que juega la repetición de ocurrencias en la determinación de la probabilidad de las proposiciones universales.

Sólo después de una larga serie de experimentos uniformes alcanzamos un alto grado de confianza y seguridad con respecto a un suceso particular.

Todo intento de verificación de una proposición universal exige identificar algún hecho real como ejemplo verdadero de ella, y dicho acaecimiento debe pertenecer a una clase de objetos cuyas propiedades nos son familia-

res y siempre aparecen asociadas. Este proceso de identificación se conoce como razonamiento analógico.

Si bien nunca podemos estar completamente seguros de que la circunstancia verificadora examinada sea una muestra imparcial de todos los acontecimientos posibles, en algunas situaciones la probabilidad de que ello sea verdad es muy alta. Eso sucede cuando el objeto de la investigación es homogéneo en aspectos importantes. En estas ocasiones es innecesario repetir un gran número de veces el experimento confirmatorio de la generalización.

Todo depende del conocimiento que tengamos del campo en el que se hace la inducción, por eso, la repetición de los casos sólo tiene valor cuando ignoramos si los sucesos son homogéneos. La justificación de muchas generalizaciones proviene de la analogía entre sus ocurrencias y las de otras generalizaciones ya establecidas.

Es conveniente distinguir entre proposiciones universales y aquellas que se apoyan entre sí en virtud de su pertenencia a un sistema lógicamente coherente, ya que la probabilidad de las proposiciones del primer tipo depende de la repetición de acontecimientos y de consideraciones analógicas.

En un estadio avanzado del desarrollo de una teoría, su probabilidad no aumenta sensiblemente al añadir casos verificadores, mientras que sí la afecta el mayor

o menor poder sistematizador de una teoría rival.

c) Inducción matemática

La matemática se describe como una ciencia deductiva, en la que todos los teoremas son consecuencia necesaria de los axiomas. La inducción matemática es por lo tanto un método que no tiene nada que ver con los métodos de experimentación y verificación de hipótesis empleados en las ciencias empíricas, dado que de hecho la proposición general que se induce se encuentra incluida en las premisas iniciales e incluso con frecuencia la manera de probar la validez de la proposición se apoya en reglas asimilables a las del lenguaje deductivo.

El matemático francés Fermat formuló explícitamente en el siglo XVII, el procedimiento por el cual se establecen verdades de universalidad esencial o irrestricta. Su argumento consiste en lo siguiente:

Si el primer término de una serie posee una propiedad y puede probarse que cuando la cumple el término n -ésimo, también la satisface el término $n+1$; entonces todos los términos de la serie tienen esa propiedad, pues llegaríamos a ellos por sucesivas adiciones de un término. De igual modo, el matemático James Bernouilli empleó este procedimiento en sus investigaciones.

La inducción recursiva o matemática es rigurosa y deductiva, debido a que no utiliza experimentos, no es

consecuencia de una enumeración completa y depende de la ordenación de los casos de una serie, por lo que no es intuitiva.

¿Qué significa la generalización en matemáticas?

La generalización matemática se basa en la permanencia o invarianza de propiedades formales.

d) La inferencia probable

No siempre se dispone de elementos de juicio completos o concluyentes, sino que por lo general son parciales o incompletos. Una inferencia del tipo: "La mayoría de los A son B, C es un A, por lo tanto, C es un B", se llama probable y con ella conseguimos más aciertos que errores a largo plazo. La inferencia probable parte de premisas verdaderas para llevarnos a conclusiones que también lo son en la mayoría de los casos.

El procedimiento científico exige que las generalizaciones que no pueden ser probadas de forma concluyente deben poseer el mayor grado de probabilidad posible. El problema es que existen diferentes concepciones de la probabilidad, lo que da lugar a distintos enfoques de la inferencia probable.

Así, para los frecuentistas una inferencia es probable si pertenece a una clase de razonamientos tales que cuando las premisas son verdaderas, las conclusiones lo son con una cierta frecuencia relativa. Cuando se uti-

liza esta inducción conviene fijar con antelación un margen de variación para la razón de la conclusión.

La probabilidad en general tiene un valor definido que depende de la concepción que utilicemos, pero en algunos casos va a ser imposible obtenerla por no disponer de los elementos de juicio suficientes. La complicación surge al intentar calcular la probabilidad de proposiciones que no son verificables directamente.

Siguiendo el ejemplo de los frecuentistas diremos que los elementos de juicio sobre los que se basa la probabilidad de una teoría consisten en muestras de todas las consecuencias necesarias de dicha teoría.

Otra forma de inferencia probable es la presunción de hecho que se fundamenta en hacer generalizaciones de sucesos no observables directamente. Igual que en el caso anterior la verdad de la generalización se pone a prueba observando si sus consecuencias son válidas en nuevas situaciones.

Nuestra vida depende de que utilicemos las generalizaciones más probables, ya que mientras no conozcamos cómo se va a desarrollar el futuro, la totalidad de nuestras generalizaciones son falibles o probables, como la historia se encarga de demostrar.

Características de las inferencias probables:

- 1) La inferencia probable, como toda inferencia, se basa en ciertas relaciones entre proposiciones. El grado de probabilidad de una proposición depende, no sólo de ella misma, sino también de su relación con otras que son los elementos de juicio a su favor.
- 2) La probabilidad y la validez de las proposiciones deben obtenerse sin que influya arbitrariamente el estado de la persona que lo consigue.
- 3) La probabilidad de una proposición varía según los elementos de juicio que se aduzcan en su apoyo.
- 4) Los elementos de juicio que apoyan una proposición pueden ordenarse en diferentes grados de importancia, según que aumenten más la probabilidad.
- 5) El número de casos en que estamos en condiciones de determinar con exactitud la magnitud de la probabilidad es relativamente pequeño.

e) Inducción eliminativa

Francis Bacon, llevó a cabo el primer intento moderno de desarrollar una metodología de la ciencia natural, su búsqueda se centra en encontrar los cánones formales de los procedimientos utilizados en el razonamiento

inductivo.

Según Bacon, el sistema de lógica aristotélica no sirve para realizar descubrimientos científicos, pues con él no podemos hacer predicciones. Tampoco es factible basar la verdad de una generalización inductiva coleccionando una serie de casos que la confirmen, al no poder excluir la posibilidad de que se presente un caso desfavorable.

La teoría de la inducción de Francis Bacon parte de la idea de que hay una asimetría lógica entre la confirmación y la eliminación de hipótesis, lo que garantiza la superioridad del método eliminativo respecto del enumerativo.

La inducción eliminadora de Bacon está unida a su teoría de las formas, concibe las leyes naturales como enunciados en los que se conectan naturalezas generantes con naturalezas generadas. Como Francis Bacon no explica con precisión qué entiende por naturaleza recurrimos a A. Lalande, para quien la naturaleza son las propiedades o cualidades sencillas, cuya suma da lugar a un cuerpo. Entre las propiedades hay un número limitado de naturalezas generantes o causas de las diversas naturalezas generadas o efectos.

Para Bacon la inducción tiene como misión encontrar la forma de una naturaleza dada, por eso ideó tres tablas

de investigación basada en reglas de presencia, ausencia y grados. La regla de presencia permite elaborar la tabla de afirmación, en ella ponemos los casos que concuerden con la naturaleza buscada, eliminando las circunstancias en que difiere. La regla de ausencia proporciona una tabla de negación respecto a esa naturaleza. Finalmente, la regla de grados da lugar a la tabla de comparación, en donde se incorporan los ejemplos en los que la naturaleza investigada se halla en mayor o menor cantidad, eliminándose las circunstancias que no varían concomitantemente con la modificación cuantitativa de la naturaleza que analizamos.

Las tablas de Bacon sólo pueden asegurar la falsedad de ciertas hipótesis, pero nada dicen de la verdad de una hipótesis no eliminada. Sólo en el caso que podamos eliminar todas las hipótesis alternativas excepto una, se puede alcanzar la certeza respecto a la verdad de esa hipótesis. Además, tenemos que admitir que el número de propiedades lógicamente independientes es finito para cualquier individuo.

Bacon piensa que todos los fenómenos de la naturaleza pueden reducirse a combinaciones de un número limitado de elementos; pero como su tabla es incompleta respecto a las cualidades elementales, aconseja emplear otro método basado en el ensayo y el error.

Estos supuestos teóricos los desarrolla J.M. Keynes

como postulado de variedad independiente limitada. Pero el intento más importante de formalización del proceso de generalización a partir de casos singulares es el de John Stuart Mill, para el que la inducción es una búsqueda de causas y la causalidad es una conjunción constante.

En su obra "System of Logic", en lugar de tres tablas como Bacon, J.S. Mill propone cinco métodos: el de la concordancia, que equivale al requisito de copresencia; el de la diferencia, que se corresponde con la coausencia; el de conjunto, que es una mezcla de los dos anteriores; el de las variaciones concomitantes, que es similar al requisito de covariación, y el de los residuos, que es una variante del de la diferencia.

En base a estos procedimientos, según J.S. Mill, se puede afirmar que un suceso es la causa de otro si es el único candidato que satisface los requisitos para ser su causa. El principio de causalidad universal es fundamental para explicar su filosofía inductiva y como es empirista, considera que este principio procede a su vez de la experiencia, de la que se obtiene por inducción.

El método de ensayo y error que sugería Bacon es utilizado por William Whewell, contemporáneo de J.S. Mill. Para Whewell el conocimiento está formado por el elemento empírico y el elemento a priori, por ejemplo, sensaciones e ideas, cosas y pensamientos, verdades de experiencia y verdades necesarias, etc. Sin el elemento empírico no

habría realidad y en el caso que faltara el elemento a priori no habría conexiones.

La inducción parte de elementos empíricos tales como hechos, datos, sensaciones, cosas, etc., y los conecta entre sí mediante los elementos a priori como las ideas, teorías y concepciones; con este material consigue proposiciones generales de las que se obtienen nuevos elementos empíricos por deducción.

Si queremos obtener una teoría científica, no basta, según Whewell, con una colección de datos como proponen Bacon o Stuart Mill, es necesario que encontremos una ligazón entre los hechos que sea verdadera y adecuada.

El problema reside en que no hay reglas metodológicas para formular estas ligazones y encontrarlas es cuestión de perspicacia.

En su libro "Of Induction, With Special Reference to Mr. J.S. Mill's System of Logic", Londres, 1849, W. Whewell explica claramente cómo el hombre es un intérprete de la naturaleza y no un espectador, por eso, en toda inducción interviene la concepción aportada por el investigador, no porque sean impuestas por los hechos observados, sino como reflejo de la actividad de nuestra mente. Advirtió también que toda nueva inducción provoca una innovación lingüística.

W. Whewell, en su obra "Novum Organum Renovatum",

describe unas tablas inductivas que proporcionan una jerarquía de proposiciones que van de forma ascendente desde los datos particulares hasta leyes de mayor generalidad. Las proposiciones generales son descubiertas por inducción, pero si se analiza la tabla de forma descendente encontramos una cadena de deducciones, es decir las inducciones se comprueban con deducciones; este criterio de verdad inductiva es para Whewell una justificación lógica del procedimiento inductivo.

f) Aducción o inducción en sentido amplio

W.E. Johnson la denomina incompleta o problemática, siendo C.S. Peirce el que la llama ampliativa, debido a que va más allá de las premisas o hechos singulares de la experiencia.

También Max Blanck es partidario de este tipo de inducción, pues según él, las argumentaciones se pueden ampliar añadiendo información suplementaria respecto al modo de selección de las ocurrencias incorporadas a las premisas y en la conclusión es factible presuponer la existencia de casos que no se han tenido en cuenta, por ejemplo los casos negativos.

Para C.S. Peirce la inducción se apoya en un principio que surge de la relación entre el conocimiento humano y cierta realidad objetiva. El salto inductivo es por tanto una disposición natural del entendimiento que se

basa en su facultad de formación de hábitos.

Las leyes de la naturaleza son pautas seguidas por las relaciones entre sucesos, ya que existe una propensión universal de toda la naturaleza a generalizar partiendo de casos aislados.

Peirce, lo único que consigue es vincular la inducción con el estudio de una gran variedad de procesos naturales parecidos o análogos, que dan lugar a la adopción de hábitos. Así, según él:

"La totalidad del conocimiento se basa en la experiencia y la ciencia sólo avanza merced a la verificación experimental de teorías. Pero existe otra importante verdad, todo conocimiento humano, no es otra cosa que el desarrollo de nuestros instintos animales innatos".

La inducción es, según Peirce, una regla metodológica que proporciona el criterio de lo que debemos creer, criterio basado en elementos de juicio suficientes respecto a una creencia razonable o justificada.

Como considera que las creencias son hábitos de actuación, cuando enunciamos una creencia estamos determinando cuál es la propensión a actuar de cierta manera en determinadas condiciones prefijadas. Los hábitos no hacen

que actuemos siempre de la misma forma, existe la posibilidad de crear condiciones en las que el hábito no se pueda cumplir. Por eso, cuando proponemos un enunciado esperando que sea verdadero, estamos manifestando nuestra tendencia a creer en su verdad.

Peirce estima que la uniformidad de la naturaleza no es un axioma o verdad metafísica que pueda emplearse para defender la inducción, por eso dice:

"Es absurda la idea de que en la naturaleza hay uniformidad general, si nos parece uniforme, se debe a que nuestras facultades están adaptadas a nuestros deseos".

El enfoque de C.S. Peirce lo desarrolla posteriormente H. Reichenbach, y Quine lo critica en su libro "Palabras y objeto", de la editorial Labor, Barcelona, 1968.

g) La educción proporcional

Se denomina educción a las argumentaciones de particulares a particulares, es decir, de una muestra a otra. Este proceso inductivo permite obtener la frecuencia de ocurrencia de un carácter cualquiera de una muestra, partiendo de la frecuencia de ocurrencia de ese carácter en otra muestra. Las conclusiones a las que llegamos son del tipo: "cualquier A es B", que faculta para acceder a una

frecuencia aproximada de ocurrencia en posteriores muestras, tanto si las obtenemos con el mismo procedimiento como con cualquier otro.

El razonamiento deductivo resulta muy atractivo para los científicos, pues es el único que permite obtener nuevas verdades si se parte de premisas verdaderas y además proporciona una sensación de simplicidad y orden. Por el contrario, la inducción es un proceso oscuro y misterioso, que aún utilizando premisas verdaderas puede llevarnos a conclusiones opuestas.

La inducción admite grados de fiabilidad y transmite verosimilitud, el problema está en cómo explicar por qué un hombre razonable debe basarse en verosimilitudes a falta de verdades, sin olvidar la dificultad que supone asignar verosimilitudes.

Es comprensible que muchos autores, si no encuentran una respuesta satisfactoria, después de buscar soluciones para la inducción, pierdan la esperanza en ella y se unan a los que consideran superior el método deductivo, llegando a pensar, como Locke, que la inducción basada en la experiencia proporciona conveniencia en lugar de ciencia.

La discusión se complica más debido a que la concepción racionalista del conocimiento frena el desarrollo de la ciencia natural.

El proceso deductivo sólo proporciona las consecuencias lógicas que las generalizaciones derivadas de alguna fuente externa nos permiten obtener. La deducción es limitada, ya que obtiene conclusiones implicadas necesariamente por las premisas, de tal forma que si una conclusión deductiva es singular es porque, al menos, una premisa es singular.

La experiencia, tanto si se ha obtenido esporádicamente como si es sistemática, proporciona un conocimiento de verdades particulares. Por eso es necesario justificar el paso a generalizaciones suficientemente potentes que van a servir de premisas de las deducciones lógicas y matemáticas.

Al defender la inducción hay que dar respuesta a tres cuestiones:

- I. Justificación: ¿Es razonable aceptar las conclusiones inductivas como verdaderas, o al menos, como probables?
- II. Comparación: ¿Es preferible una conclusión inductiva a otra que no lo es?
- III. Análisis: ¿Qué criterios deciden cuál de dos procesos inductivos es preferible?

Estas preguntas no pueden contestarse por separado, es necesario elaborar una argumentación conjunta, ya que

su legalidad no puede aislarse de la forma como se realiza.

Para obtener una visión histórica del proceso inductivo empezaremos por describir las aportaciones de David Hume.

I.2.1 Hume plantea el problema

David Hume (1711-1776) nace en Edimburgo en una familia emparentada con la nobleza escocesa. Realiza estudios de jurisprudencia por presiones familiares y se dedica brevemente al comercio, pero su interés se centró enseguida en las investigaciones filosóficas.

A los 25 años redacta en Francia su primera obra, "A Treatise of Human Nature", posteriormente regresa a su país donde la publica de forma anónima y dividida en tres libros, los dos primeros salen en 1739, y el tercero al año siguiente. Como era muy joven y no tenía maestros que lo apoyaran, el "Treatise" tuvo una aceptación escasa; esto origina un tremendo sentimiento de fracaso en Hume, explicable por las grandes expectativas que tenía puestas en su obra, pues esperaba que se produjeran encendidas polémicas a su alrededor.

En 1740 publica, también anónimamente, el "Abstract of a Book lately published entitled a Treatise of Human Nature". Con esta obra pretende divulgar la temática expre

sada en el "Treatise", pero sus ideas resultan poco ortodoxas para los filósofos tradicionales ingleses, ya que eran demasiado empiristas, escépticas y arreligiosas para ser aceptadas por ellos.

Ante este rechazo, Hume no reconoce ser su autor, pero sigue obsesionado con las ideas del "Treatise", como queda reflejado en todos sus trabajos posteriores. Según consta en sus memorias, pensaba que su fracaso se debía más a la forma de exponer sus ideas que al contenido de las mismas.

En 1758 publica el "Enquiry concerning Human Understanding", obra considerada como la exposición autorizada de las ideas de Hume. Su descripción es más coherente y precisa que la del "Treatise", pero ya no contiene la rebeldía y valentía de su primera obra. Hume se arrepiente de su radicalismo inclinándose por una mayor moderación. Entre las mejoras que aporta el "Enquiry", encontramos que suprime las reflexiones sobre el tiempo y el espacio, e incorpora unas matemáticas más modernas que distinguen entre ciencias empíricas o inductivas y ciencias demostrativas.

Después de viajar por Austria e Italia, dedicado a la vida diplomática y política, vuelve a Escocia para preparar dos obras: "Political Discourses" y "An Inquiry concerning the Principles of Moral". Los "Political Discourses" obtienen un éxito cada vez mayor, mientras que

la "Inquiry", que era una refundición del segundo y tercer libro del "Treatise" pasó inadvertida.

El relativo éxito de algunas de sus obras le anima a presentarse en la Universidad de Edimburgo para conseguir una cátedra de Moral. Al no obtenerla va a la Universidad de Glasgow como aspirante a la cátedra de Lógica. al final tiene que consolarse con el cargo de bibliotecario en Edimburgo; la magnífica biblioteca que tiene a su disposición va a permitirle realizar la obra que le dio más prestigio en su época, "History of Great Britain".

En esta época, la inquietud filosófica de Hume se había extinguido ante la sospecha de que la filosofía era una ficción, esto hace que abandone la tarea fundamentadora para dedicarse a dar razón histórica a las ideas y los hechos.

En 1763 y 1765, vive en París, siendo secretario del Embajador. La acogida que le proporcionan los enciclopedistas es magnífica, pudiendo constatar que ellos sí habían entendido las ideas del "Treatise". Posteriormente regresa a Escocia, donde muere en 1776.

Es curioso que Hume sea más conocido en su época por los "Political Discourses" y por "History of Great Britain", que por su obra filosófica; esta situación se puede explicar en base a que su escepticismo y preocupación por el método le convertían en un insatisfecho cons-

tante que abandona con relativa frecuencia las posiciones alcanzadas para seguir su investigación antidogmática por otros caminos, dando lugar a que su obra tenga múltiples lecturas y sea el origen de su aparente contradicción e inconsistencia.

Para Kant, Hume es genial, original y el único que fue capaz de arrancarle del sueño antidogmático, pero a la vez piensa de él que es discontinuo, negativo y no ofrece un camino de esperanza. Kant no sabe dar una respuesta a las preguntas formuladas por Hume, y pretende ocultarlo con su crítica.

La Historia de la Filosofía acepta la versión kantiana acerca de Hume, pero decir de él que es el anticipador de las problemáticas y modos filosóficos actuales es una forma de ocultar que Hume sospechaba de la filosofía.

Se atrevió a cuestionar el sentido común, la razón, la experiencia, la reflexión, los fundamentos, la evidencia, las causas, las sustancias, el orden natural, el orden lógico, etc. Pero su desconfianza de toda ley del mundo y del yo, la hizo con buen humor, no obstinándose en hacer de su sospecha una posición defendible, para él pensar es un juego necesario por el que no merece la pena arriesgar la felicidad o la vida.

David Hume vive una época histórica en la que Inglaterra surge como potencia mundial, debido a su creciente

control de los negocios marítimos de Europa y América; además, la geografía religiosa no coincide con la política, llegando a existir diversos credos religiosos dentro de las mismas fronteras. Todo esto aconseja la tolerancia en las relaciones sociales y la redefinición de los conceptos de soberanía, justicia y derecho.

El pensamiento del siglo XVIII se hace cada vez más laico, predominando una mística del enriquecimiento, situación que aprovechan conjuntamente los propietarios de tierras, los financieros y los sacerdotes anglicanos, para demandar un pensamiento científico que estructure dogmáticamente este tipo de relaciones, basándose en la razón y la experiencia para realizar las investigaciones. Entre los economistas de entonces, destaca el escocés John Law y su doctrina mercantilista.

En esta nueva ciencia, influenciada por lo práctico, la moral y el derecho, hay que destacar la aportación de Bacon y su teoría de la observación. El conocimiento abstracto ya no es válido sólo porque su encadenamiento lógico responda a unos principios fijos, las teorías sólo tienen vigencia cuando es posible confrontarlas con la realidad.

También contribuye a esta nueva ciencia, la crítica que realizaron Locke y Berkeley acerca de las teorías cartesianas. Descartes afirma que existe una realidad objetiva, que hace posible una sustancia material sin conexión

con nuestra percepción, por lo tanto, hay verdades que son conocidas independientemente de la experiencia. A esto responde Locke que si prescindimos de todas las cualidades que acompañan a la percepción de la realidad, nos queda un soporte de naturaleza confusa, un residuo que no puede ser ninguna idea simple o dato último e irreductible del conocimiento. La experiencia es la fuente de todos los conocimientos que poseemos.

Berkeley va a avanzar un poco más que Locke, al defender que el mundo objetivo se agota en la impresión.

Hume se incorpora a la polémica negando definitivamente la sustancia y la causalidad, de tal forma que no existen supuestos dogmáticos, principios o postulados que sean independientes de lo experimental, su proyecto de elaborar un sistema completo de las ciencias se basa en una teoría de la naturaleza humana, que sustituye la metafísica y la lógica por la antropología. Para él, la ciencia es producto del hombre y no descubrimiento de la ley escrita en la Naturaleza, desde y para siempre.

Hume demuestra que la filosofía moral y natural se fundamenta en concepciones arbitrarias y no sobre la experiencia; estas filosofías recurren a la imaginación para establecer la doctrina de la virtud y la felicidad, sin estudiar la naturaleza humana, que es el origen de todas las verdades de la crítica y la moral.

El optimismo inicial de Hume desaparece en la conclusión del libro primero del "Treatise", ya que en lugar de encontrar los límites del conocimiento para así potenciar su eficacia, lo que consigue es su debilitamiento y que aparezca como un mecanismo de ficción en el que ya no hay razón para creer.

Igual que Descartes, utiliza la duda como una ficción superable por reducción al absurdo, para al final llegar a creer; pero descubre que el conocimiento es un juego necesario que no tiene origen ni razón.

El efecto de todo esto es la desesperanza, no puede llamar conocimiento a la ficción, realidad a lo imaginario, pero no tiene razones para justificar su no creencia.

La reflexión de Hume llega al límite de la filosofía y traspasa sus fronteras; en ella, la razón pasa a ser efecto de un hábito generado por una necesidad de origen desconocido, los principios equivalen a las falacias y la evidencia se expone como inconsciencia. La ley es irracional, los objetos son imaginarios y el hombre está inmerso en el juego de luces y sombras que son las percepciones. El objeto no tiene la sustancia que sirve de soporte y de justificación a las relaciones fijas entre las cualidades que dan consistencia, continuidad e identidad a las cosas. Toda conexión, vínculo y energía se deben a la determinación de la mente, dando lugar a una subjetividad creadora del mundo que actúa bajo el control de unas

cualidades asociativas que rigen el flujo de ideas y ponen apariencia de orden en el azar. Esto lleva a una elección entre una razón falsa o ninguna razón en absoluto.

Lo usual en filosofía es partir de lo universal, para después pasar a la multiplicidad y finalmente llegar a lo individual. Este proceso denominado deductivo, construye la realidad como una totalidad articulada. Hume rechaza este método prefiriendo adentrarse en un camino que comienza en las diferencias y trata de llegar a lo universal. Para justificarlo se basa en que el universo está formado por átomos en movimiento, lo que hace que el hombre y todo lo que le rodea sea también variación, y es en este contexto de cambio, donde tiene sentido hablar de un proceso inductivo que posibilite la toma de decisiones en el menor tiempo posible y con poco margen de error.

Las percepciones van a ser la pieza clave de la argumentación de Hume, ya que para él son contenidos de conciencia y esto hace que su presencia sea indudable. Como buen seguidor de la ontología empirista y atomista, considera que las percepciones son unidades simples, distintas y diferenciadas. El paso siguiente es analizar la mente humana y sus operaciones; para lograrlo Hume distingue entre impresiones e ideas. Las impresiones son todas nuestras sensaciones, pasiones y emociones, tal como aparecen por primera vez en el alma, por tanto entran con más fuerza. Mientras que las ideas son unas imágenes débi-

les de las impresiones que utilizamos al razonar y pensar. Para Hume el término impresión no debe utilizarse como la manera en que las percepciones se producen en la mente, ya que esto lo desconoce, sino como una simple sensación. Después, Hume establece el principio de correspondencia entre las impresiones y las ideas, ya sean simples o complejas. Las impresiones van siempre seguidas de las ideas, por eso las ideas dependen de las impresiones y no al revés. Esta argumentación la usará Hume para criticar a los conceptos metafísicos, pues ante cualquier idea, pedirá la impresión de la que es copia.

El siguiente paso dado por Hume es preguntarse cuál es el origen de las impresiones. En su opinión no podemos explicarlo con la razón, es imposible saber si provienen del objeto, si se producen por la capacidad creativa del espíritu o si se derivan de Dios, sólo podemos hablar de aparición y desaparición de ideas en el campo de los fenómenos sensibles. Esta posición descriptiva es la que va a dar fuerza al empirismo de los siglos siguientes.

Todo lo que pensamos está traducido a imágenes, por eso el estudio de su unión o separación es el fundamento de la actividad científica. Cuando observamos las percepciones vemos que mantienen una cierta regularidad aunque a veces se producen variaciones en la constancia y en la forma; esta regularidad nos indica que el proceso puede estar sometido a una ley. El problema está en quien

pone la ley que convierte a la sucesión de percepciones en representación en lugar de convertirlas en arbitrariedad, pues son los principios universales los que impiden que sea el azar el que determine la forma de unirse las ideas.

La ley es la que hace que la imaginación sea entendimiento, delirio, memoria o fantasía; por lo tanto, la imaginación no puede ser el origen de la ley. Tampoco es el hombre el origen de la ley, porque su espíritu es efecto de la misma. El espíritu no es el lugar donde se dan las ideas, sino el nombre que recibe el flujo interrumpido y constante de percepciones.

Otras posibilidades son la teoría de Hobbes, según la cual el cuerpo es el que determina la ciencia, lo que da lugar a un conocimiento basado en la fisio-biología. También, podemos considerar que lo social es el determinante básico de la ciencia, lo que nos llevaría a la Psicociología.

Para descubrir quien pone la ley, Hume analiza la naturaleza humana y no encuentra en ella un sujeto activo que ponga orden, garantice y explique el que ciertas sensaciones aparezcan reunidas y se sucedan con regularidad, luego es necesario que ese orden esté en las mismas sensaciones. Hume explica los fenómenos de la conciencia como Newton lo hace con los fenómenos naturales; para él existen afinidades y repulsiones entre las sensaciones, de la

misma manera que encontramos fuerzas elementales de atracción y repulsión entre las partículas. Posteriormente utiliza el hábito y la costumbre, que son las únicas leyes que no se derivan de postulados o principios más sencillos, para averiguar cómo las ideas simples se enlazan y forman nociones más complejas.

Hume distingue siete clases de relación filosófica; cuatro de ellas, la semejanza, la contrariedad, los grados de cualidad y las proporciones en cantidad o número, dependen únicamente de las ideas, y por lo tanto dan lugar a un conocimiento cierto. Por el contrario, las tres restantes, que son las relaciones de identidad, espacio-temporales y causales, pueden cambiar sin que varíen las ideas y el conocimiento que proporcionan es sólo probable.

La probabilidad es utilizada por Hume de distinta forma a como se entiende en la teoría matemática probabilística, ya que para él los datos empíricos se obtienen mediante inferencias que no son demostrativas.

Cualquier enunciado es verdadero o falso, sin que existan grados intermedios, y así, cuando decimos que un enunciado es más probable que otro, estamos reflejando nuestra mayor creencia en su verdad. El científico al ir revisando sus pruebas, aumenta la confianza en sus hipótesis y origina una nueva probabilidad. De la indefinición de la probabilidad no podemos culpar al objeto, sino que procede del sujeto que al ser incapaz de conocer pasa a

la situación de creer.

En las ciencias de la naturaleza, las reglas y los principios son probables y esto condiciona a los enunciados contruidos con ellos. Si además añadimos la variabilidad de nuestra mente a la hora de emitir juicios, es imposible que tengamos certezas, teniendo que conformarnos con una mayor o menor creencia. El grado o fuerza de la creencia depende de la estimación que tengamos de la verdad y fidelidad de nuestras facultades personales, pero ¿quién establece el grado de fiabilidad del entendimiento para su utilización científica? Según Hume, el entendimiento sale de sí mismo para conocerse, se convierte en objeto de su análisis y esto nos lleva a un proceso de autorreflexiones que van añadiendo incertidumbre a la situación inicial. Al elevar el razonamiento del meta-discurso nos estamos alejando de la confianza y la certeza que se da espontáneamente en el conocimiento corriente. La fuerza de la creencia aumenta cuanto más espontánea sea, mientras que disminuye al intentar conocer los mecanismos del conocimiento. Al no encontrar una instancia última que haga legítimo el control, aumenta nuestra desconfianza y lleva a afirmar que todo razonamiento probable no es sino una especie de sensación.

Según Hume, la razón humana tiene dos objetos de investigación, las relaciones entre las ideas, que serían las matemáticas, y las cuestiones de hecho, que constitu-

yen las ciencias naturales. En las matemáticas utilizamos la demostración, y en el campo de los hechos, la inferencia causal. Hume conexiona el análisis de la causalidad con el problema filosófico de la inducción, ya que para él es necesario que en todo razonamiento probable, haya algo presente al espíritu, ya sea visto o recordado, que tomamos como base para inducir lo nuevo que no es visto ni recordado.

En la época de Hume, la ciencia es mecanicista y por lo tanto considera que la sucesión de los fenómenos se debe a la relación causa-efecto. Parece natural suponer la relación causal cuando en experiencias diferentes aparecen contiguos dos objetos, es decir, que supuesto uno de ellos, el otro debe aparecer obligatoriamente.

Caben dos posibilidades, que la causa sea una cualidad o que se trate de una relación. La idea de causa no surge de la observación de cualidades, ya que pueden existir diferentes objetos, considerados por nosotros como causa, que no tengan las mismas cualidades. Veamos entonces si la causa puede obtenerse de alguna relación observable.

El análisis de la causalidad elaborado por Hume tiene dos partes, una objetiva y otra subjetiva. La doctrina objetiva dice que al considerar que A produce a B, lo realmente sucedido es la observación frecuente de A y B asociados, es decir, que A ha sido seguida inmediata-

mente o muy rápidamente por B. El efecto y la causa se dan con cierta proximidad que puede ser espacial o temporal, cuando analizamos la contigüidad temporal estamos asignando una anterioridad en el tiempo a la causa respecto del efecto, siendo necesario averiguar qué obliga a la causa que está inactiva a pasar a la actividad.

Pero aunque observemos muchos casos de conjunción de A y B, no podemos deducir que A tiene que estar seguida por B en el futuro, ni tenemos argumentos para suponer que haya entre A y B otra relación distinta de la secuencial. La causalidad es defendible en términos de secuencia y no como una noción independiente.

La parte subjetiva de la teoría de Hume se basa en que la ley del hábito explica la esperanza, en que la asociación entre A y B se da en el futuro; pero no la justifica, ya que la inducción por simple enumeración no es una forma válida de argumento.

Como vimos anteriormente, la regla fundamental de Hume es que toda idea, para ser aceptada, debe poderse sentir como copia de una impresión, y el problema es que no poseemos impresiones de contigüidad espacial o temporal. Esto lleva a Hume a la conclusión de que la necesidad de conexión entre causa y efecto no puede encontrarse en el mundo externo, sino que nace como idea de una impresión interna de la mente, que se ve impulsada a llevar nuestros pensamientos de un objeto a otro.

Ningún objeto descubre, por las cualidades que nos llegan a los sentidos, ni las causas que lo han producido, ni los efectos que surgirán de él; necesitamos de la experiencia para realizar una inferencia acerca de lo realmente existente. Según esto, la causalidad es una ficción que se mantiene por el hábito de suponer que en todos los casos, el futuro ha de parecerse al pasado.

La vinculación entre causa y efecto se debe a una sensación real y a la experiencia pasada por el sujeto. Pero las experiencias personales, la educación, el medio, etc., determinan una gran variabilidad en la unión de las impresiones de los sentidos, por tanto su validez queda limitada a un determinado grupo de relaciones causales y no podemos defender su universalidad. Que un objeto aparezca contiguo a otro en cualquier situación, significa únicamente que ese objeto existe realmente.

Al ser toda causa incognoscible, de la ley sólo se pueden conocer sus efectos, por lo tanto nuestras creencias no son racionales, es decir, deducibles; aunque se apoyan en la experiencia pasada, lo que de alguna manera las hace razonables.

El escepticismo de Hume se basa en el rechazo del principio de inducción, que consiste en lo siguiente: hemos visto que A ha estado con mucha frecuencia acompañada o seguida de B y no se conoce ningún caso en que A no haya estado acompañada o seguida por B, luego, es probable que

en la próxima ocasión en que A sea observada esté acompañada o seguida por B. Al tener un número suficiente de casos, la probabilidad manejada estará muy cerca de la certeza. El problema reside en que este principio, según Hume, no es verdadero y es imposible por tanto, obtener leyes científicas generales a partir de observaciones particulares.

El principio de inducción no puede ser inferido de uniformidades observadas, ya que habría que justificar esta inferencia, de manera que debe deducirse de un principio independiente, no basado en la experiencia, ni en otros principios lógicos. Como esto no es posible, Hume considera que la inducción es una ficción de la imaginación que la razón no puede legitimar, pero la naturaleza y la vida se encargan de que creamos en ella, pues en la naturaleza humana existe una necesidad absoluta e incontrolable que nos impulsa a juzgar y a considerar que ciertos objetos son más o menos probables según su conexión habitual con una impresión presente.

Hume se da cuenta que el entendimiento logra la unidad basándose en ficciones, la unidad del objeto la consigue a través de la ficción sustancia o conexión necesaria, la unidad de los objetos con la ficción ideas universales y la unidad del mundo en base a la ficción causa-efecto. Todas estas ficciones de la ciencia se deben a necesidades del pensamiento. En su afán de sobrevivir Hume

acepta la sumisión de los sentidos y del entendimiento a la naturaleza. Cuando le fallan los razonamientos utiliza la fuerza natural que nos empuja a pensar y a realizar el esfuerzo filosófico. Sigue creyendo en la ciencia considerada como una creencia natural y espontánea, de tal forma que la creencia será mayor o menor, dependiendo de la fuerza con que nos afecte, de su utilidad y del placer que proporcione. La legitimación de una idea va a ser mayor si produce felicidad que si es verdadera, aunque él piensa que toda idea verdadera produce siempre placer y el placer es la expresión de la potencia de la vida. En consecuencia, la razón ya no es la guía de la vida, sino la costumbre.

Hume se cuestionó la fundamentación de la conducta humana, de la moral y del derecho, lo que le llevó a unas conclusiones escépticas que son igualmente difíciles de refutar como de aceptar. La evolución a la que se vio sometido comienza con un Hume filosófico, continúa con un Hume que busca la explicación sociológica de la génesis de las ideas y termina con un Hume historiador, mucho más moderado que al principio y asumiendo que su teoría tiene muchas lagunas y confusiones.

I.2.1.1 Tipos de solución al planteamiento de Hume

Después del desánimo provocado por las conclusiones de David Hume, veamos qué soluciones proporcionan las di-

ferentes corrientes del pensamiento respecto de la inducción.

En primer lugar, comentaremos la posición que considera a la inducción excluida como argumento racional, debido a que somos incapaces de encontrar una solución satisfactoria para las cuestiones planteadas por Hume.

En segundo lugar, analizamos el planteamiento lingüístico. Según sus seguidores, es necesario realizar un examen riguroso y detallado de las palabras clave que se utilizan en la formulación del problema inductivo, lo que pone de manifiesto que se incumplen los criterios de uso correcto de dichos términos.

Para los filósofos lingüísticos, Hume cae en confusiones conceptuales y lingüísticas, la forma de comprobarlo es volviendo a exponer sus dudas, fijándose en las palabras clave de los argumentos, ya que estos términos cruciales presuponen que es verdad lo que tratan de demostrar y no es necesario justificar la inducción, pues el problema desaparece.

Los lingüistas consideran que todo ser humano actúa de forma sistemática con las mismas pautas generales de elaboración de inducciones respecto a lo no observado, y esto hace que las personas esperen ver confirmadas por experiencias posteriores, los casos observados de asociación de atributos, y si no ocurre de esta forma es porque

existen factores compensatorios.

También es característico del hombre considerar que un aumento en el número de casos independientes confirmatorios de una ley, refuerza o al menos no debilita la probabilidad de la verdad de la ley.

Todos estos comportamientos permiten suponer que los hombres tienen un sistema inductivo de aprendizaje a partir de la experiencia, que posee una estructura más o menos delimitada aunque no inmutable, transmitida de generación en generación y que se concreta en prohibiciones, autorizaciones, normas de conducta y preceptos de realización, que nuestros antepasados adoptaron por encontrarlas ventajosas para sobrevivir.

Estas normas inductivas son a la vez descriptivas y normativas, debido a una aceptación de reglas asociadas de afirmación, evaluación y valoración de las acciones, que permiten discriminar entre razonamientos alternativos y sirven para utilizar correctamente en el lenguaje conceptos abstractos y esquemáticos tales, como probabilidad relativa, argumentación fundada, etc.

Los conceptos inductivos que adquirimos con el ejemplo y la educación son modificados por nuestras experiencias, ya que la experiencia de nuestros antepasados no tiene una autoridad absoluta. La institución inductiva aunque impone normas de creencia y de conducta, es intrín-

secamente autocrítica, lo que la salva de la circularidad.

Si pudiéramos conseguir que un hombre aprendiera sólo de su experiencia, sin proporcionarle una información previa acerca de las reglas inductivas, estaríamos imposibilitando que usase el lenguaje empleado para hablar del mundo y de uno mismo, desapareciendo asimismo los conceptos incorporados en el lenguaje.

El esquema lingüístico se diferencia del convencionalismo en que las reglas lingüísticas no son una convención y la pregunta ¿por qué aceptamos reglas inductivas?, carece de sentido. El científico, para fundamentar hipótesis empíricas, debe retroceder sobre su conocimiento específico de hechos y teorías relevantes, de tal forma que la inducción es el ejercicio de una aptitud o habilidad, en lugar de ser la aplicación automática de un método de decisión. De todas formas, las reglas inductivas implican restricciones que si se olvidan producen sinsentidos.

Al comparar el esquema lingüístico con las teorías de Hume, observamos que las dos concepciones coinciden en estimar que la práctica inductiva es un hecho social y contingente que se utiliza de una forma determinada en periodos concretos de la historia del hombre. La concepción lingüística difiere de Hume en que presupone reglas normativas con las que todo hombre está comprometido.

El planteamiento lingüístico no resuelve las difi-

cultades comparativas y analíticas de la inducción, conformándose con mostrar que el problema general de la justificación se debe a una confusión del lenguaje ordinario. Esto hace que las conclusiones de las argumentaciones inductivas sólo estén avaladas por buenas razones, pero no se clarifican sus criterios de valoración preferencial.

La crítica más frecuente que se hace a los lingüistas es que emplean teorías insuficientemente elaboradas en cuanto a su significado y uso. Además su acusación de confusionismo semántico a la justificación es demasiado simple, pues recurrir al lenguaje ordinario no es decisivo desde el punto de vista filosófico. Nada obliga a continuar hablando de la manera habitual ni a estar sometidos a los prejuicios metafísicos de los que establecieron estas reglas de uso.

Pasamos ahora a describir el planteamiento pragmático. Para los practicistas el único razonamiento completamente aceptable es el deductivo, esto hace que la inducción no sea válida, pero se puede obtener su justificación en base a que las normas inductivas son razonables.

La defensa pragmática de la inducción comienza con C.S. Peirce y continúa con Hans Reichenbach. Estos autores se basan en que en la vida se presentan situaciones de las que no poseemos un conocimiento seguro de las consecuencias, lo que justifica que tomemos decisiones inductivas, pues no se pierde nada con correr el riesgo.

Peirce defiende la racionalidad de los programas inductivos debido a la eficacia que tienen a largo plazo para llegar a conclusiones aproximadas a la verdad o en gran parte verdaderas. Para él la inducción es un proceso que sirve para poner a prueba hipótesis estadísticas mediante experimentos aleatorios.

La teoría de Peirce comienza por definir la deducción estadística como el proceso que lleva la frecuencia de ocurrencia de un atributo en una población a ser una frecuencia probable y aproximada de la ocurrencia de dicho atributo en una muestra extraída al azar de la población. Posteriormente pasa a describir la probabilidad como frecuencia límite y a explicar lo que es para él el azar, siendo su concepción de la aleatoriedad tan restringida que va a condicionar enormemente sus teorías.

Todas estas definiciones le permiten demostrar que la mayor parte de las muestras obtenidas en ambiente de incertidumbre tienen aproximadamente la misma composición que la población original, por lo que es válido utilizar la abducción o proceso inverso a la deducción estadística, que generaliza a la población los datos obtenidos en las muestras. El proceso inductivo es el único que introduce nuevas ideas y aunque no tiene fuerza demostrativa, proporciona generalizaciones que posteriormente hay que verificar.

Según Peirce, al repetir indefinidamente la induc-

ción lo convertimos en un método autocorrectivo, consiguiendo que converja asintóticamente a la verdad. El problema radica en que la inducción depende de la aleatoriedad de las muestras que utilizamos.

Las críticas a la teoría de Peirce se basan en que la tendencia autocorrectora de la inducción no está garantizada a priori, ya que los sucesivos ajustes que son necesarios realizar según se acumula más evidencia no tienen por qué converger a un valor límite.

También se cuestiona la aplicabilidad de la teoría de Peirce a los procesos de verificación, pues éstos se realizan necesariamente a corto plazo y él considera que los acontecimientos son caracteres o hábitos generales reales que se descubren en series muy largas de ensayos y que nos acercan a la verdad tanto como queramos, al irse haciendo infinita la sucesión. Por eso, las ideas de Peirce son poco relevantes para valorar las hipótesis dadas y no resuelven la toma de decisiones entre hipótesis rivales, pues él no explica cómo descubrir los rasgos generales. El pragmatismo de Peirce es tan utópico como la metafísica que critica.

La solución que propone Reichenbach se basa en que la probabilidad de ocurrencia de un carácter determinado es el límite de la frecuencia relativa de ocurrencias de dicho carácter en una sucesión infinita de acontecimientos. Según sus teorías, el único programa defendible racio

nalmente es el que usa la frecuencia relativa de ocurrencias alcanzada hasta ese momento, como valoración provisional del valor límite definitivo.

Esta forma de proceder no garantiza que las estimaciones obtenidas de las series acumuladas gradualmente nos lleven a un valor límite de frecuencia, pues los valores de las frecuencias relativas pueden diverger y nuestro programa predictivo fracasaría. Pero en el caso de que la serie llegue a un valor límite respecto de la frecuencia relativa, podremos saber con antelación y con certeza que nuestro programa predictivo permite estimaciones tan cerca del límite como deseemos.

Según Reichenbach el programa más adecuado es el inductivo, pues si la serie de acontecimientos examinados es lo suficientemente regular podemos obtener los resultados previstos y si la serie es tan irregular que desaconseja aplicar el programa inductivo, los resultados esperados no sirven para nada, pero estamos en una situación que no es peor a la de haber elegido una alternativa distinta. Los programas inductivos son preferibles a cualquier otro porque sabemos que a largo plazo se acercan a los valores límite y son, por lo tanto, eficaces. Herbert Feigl llamó vindicación a este tipo de justificación de la inducción.

A Reichenbach se le objeta que en estado de perfecta ignorancia no hay ningún método que pueda considerarse

superior a otro. Además, el programa inductivo sólo consigue una convergencia asintótica a una frecuencia relativa límite, no pudiendo excluir que a corto plazo sea un método irracional.

Para el hombre no es factible llegar al final de la sucesión infinita, por eso la defensa pragmática de la inducción no ofrece razones diferenciales para preferir un programa inductivo respecto a cualquier otro método.

Wesley Salmon aporta razones suplementarias que sirven para rechazar programas indeseados, con lo que consigue mejorar la concepción original de Reichenbach, pero no se desprende de la restricción que supone la determinación de los valores límite de frecuencias relativas y su imposibilidad de aplicación a corto plazo.

Otra defensa de la inducción supone considerar la lógica inductiva como una subdivisión de la lógica deductiva. Según esta teoría, los razonamientos inductivos necesitan la adición de nuevas premisas o la sustitución de las conclusiones por afirmaciones de probabilidad, que los permita irse perfeccionando, de tal forma que la validez de la conclusión se obtenga demostrativamente a partir de las premisas.

El esfuerzo por justificar la inducción mediante una reconstrucción que la haga deductivamente válida ha tomado diferentes formas. Empezamos describiendo la recons

trucción basada en la búsqueda de principios inductivos supremos, cuyo origen es la existencia de una regularidad probable en el universo que permite obtener conclusiones verdaderas de forma sistemática, cuando realizamos inducciones en condiciones de azar. Esta regularidad es la que se pretende expresar en forma de principios o postulados fundamentales, partiendo de premisas que se suponen verdaderas.

Existen numerosos postulados que corroboran lo anteriormente expuesto, así por ejemplo, David Hume afirmaba que el futuro se asemeja al pasado y también Stuart Mill utiliza un principio general de causalidad, según el cual, todo acontecimiento debe tener una causa suficiente y un principio de homogeneidad espacio-temporal que consiga que las localizaciones y las fechas sean poco relevantes.

Los métodos empleados por Stuart Mill son procedimientos deductivos de eliminación de candidatos inadecuados mediante condiciones necesarias o suficientes. La manera de actuación consiste en seleccionar un atributo de un acontecimiento que siempre le hemos observado asociado a otro atributo que se encuentra inmerso en una relación finita de atributos conocidos A_1, A_2, \dots, A_n . Al efectuar sucesivas observaciones de acontecimientos similares, existe la posibilidad de que se vayan eliminando todos los atributos excepto el que buscamos. Hay que resaltar las grandes dificultades que encontró Stuart Mill en su inves-

tigación acerca de los principios inductivos supremos, teniendo que recurrir a la enumeración para conseguir una supuesta fiabilidad.

También hay que mencionar los postulados de J.M. Keynes y C.D. Broad, por su creación de un principio de variedad independiente limitada, que garantiza a los atributos de los individuos la reunión de un número finito de grupos. Esto le lleva a Keynes a renunciar de sus principios empíricos, manteniendo que la fundamentación de las premisas supremas se debe al conocimiento sintético y directo de la regularidad general del universo.

Otra forma de reconstruir la inducción es recurriendo a la probabilidad. Según Keynes, cuando no es posible añadir premisas verdaderas, podemos obtener el mismo efecto debilitador incluyendo referencias explícitas a la probabilidad en las conclusiones de las argumentaciones inductivas.

La teoría de la confirmación de Keynes consiste en partir de una probabilidad inicial distinta de cero e inferior a la máxima de ocurrencia, entonces la probabilidad de la generalización de una serie ininterrumpida de casos corroboradores tiende siempre a la unidad, debido a la acumulación de evidencias que se producen.

En oposición a la teoría de la confirmación de Keynes, están Nicod y G.H. von Wright; según ellos, la

convergencia asintótica de la probabilidad sólo es posible cuando se examinan todos los casos de la generalización, lo que hace inviable esta teoría para aplicaciones prácticas.

La teoría de Carnap amplía las ideas de Laplace y Keynes, al suponer que la probabilidad es una relación lógica entre proposiciones, que posibilita en lenguajes simplificados la definición de la extensión o amplitud lógica de una proposición. La definición de extensión lógica utilizada en cada caso va a depender de cuáles sean los universos posibles que puedan expresarse en un lenguaje concreto, por eso es necesario encontrar un método que compare los universos entre sí y de ellos elija los que sean compatibles con una proposición prefijada.

La crítica a los procedimientos alternativos y métodos inductivos con coherencia interna de Carnap se debe a que proporcionan generalizaciones que no son confirmables, puesto que una serie continua de casos positivos no garantiza que la probabilidad de la generalización sea mayor que cero. También se observa que al seleccionar distintas definiciones de confirmación podemos obtener creencias diferentes.

Carnap les responde que la confirmación como él la define es de carácter analítico y proporciona evidencias que ratifican en cierto grado las hipótesis dadas. Para Carnap el grado de confirmación dado por una propo-

sición X a una proposición Y es la razón de la extensión de X.Y a la extensión de X.

Basándose en el principio de maximización de la utilidad esperada, Carnap conexiona la confirmación y la creencia racional, lo que le permite utilizar estimaciones subjetivas de probabilidad y utilidad.

La asignación de probabilidades supone un salto inductivo que deja el problema de la inducción sin resolver, debido a que vamos más allá de las premisas dadas cuando recurrimos a conjuntos finitos o infinitos de acontecimientos no incluidos en ellas. Esta dificultad se evita, según Carnap y Keynes, empleando su interpretación lógica de la probabilidad, que convierte las argumentaciones inductivas en otras que son deductivas, lo que las hace inmunes a las pruebas empíricas que efectuemos después. El inconveniente de esta interpretación de la probabilidad consiste en que proporciona conclusiones con una información menor que la suministrada por las premisas, haciendo imposible su uso para la obtención de predicciones respecto de lo desconocido, siendo ésta la característica esencial de la argumentación inductiva.

Finalmente, vamos a describir las teorías de los defensores abiertamente y con todas las consecuencias de la inducción, destacaremos las aportaciones de R.B. Braitwaite y Max Black, que justifican la inducción porque ha sido eficaz en el pasado y suponen que seguirá siéndolo

en el futuro.

La inducción controla las hipótesis mediante la verificación de sus consecuencias observables, de tal forma que los casos negativos convierten en falsa una hipótesis, mientras que los casos positivos permiten su uso hasta que una prueba experimental posterior la falsee. En cuanto a las hipótesis, consideran que son conjeturas sin demostración posible, pero racionalmente aceptables, dado su carácter autocorrectivo, lo que permite clasificar su alcance y la solidez de los juicios que de ellas se derivan.

Para los defensores incondicionales de la inducción, la dificultad surge por la falta de precisión respecto a que consideramos satisfactorio en el uso de las reglas inductivas cuando se utilizan en la argumentación del proceso como un modo autónomo de razonamiento.

Las exposiciones anteriores ponen de manifiesto que no existe todavía una explicación satisfactoria para la inducción. Es necesario que los defensores de la importancia de la probabilidad en la inducción, desarrollen una reconstrucción consistente, sistemática y relevante del concepto de probabilidad. Los que rechazan la inducción por considerarla como un mito, deben elaborar una relación detallada y comprensible de la práctica científica que utilice procedimientos basados en cuestiones de hecho. Respecto a los que pretenden construir una lógica

inductiva, es necesario que eliminen las restricciones que supone el empleo de lenguajes artificialmente simplificados, además tendrán que demostrar la necesidad del uso de enunciados analíticos de probabilidad en las predicciones inductivas. Los justificacionistas tienen que resolver el problema de la elección entre hipótesis alternativas y además demostrar cómo se puede aplicar a corto plazo la convergencia a largo.

En cuanto a los que consideran la inducción como pseudoproblema, han de elaborar una teoría del lenguaje presupuesto, indicando los orígenes y el carácter de las confusiones que ellos detectan.

I.2.2 Racionalistas. Deductivistas. Descartes

Los escolásticos utilizaban el razonamiento silogístico porque disponían de principios generales alcanzados por medio de la fe, de la verdad revelada o fundados en la autoridad de la Iglesia o de Aristóteles. A estas verdades generales le añaden un caso particular incluido en ellas, para extraer una conclusión que es la nueva verdad. ¿Pero qué valor tiene este proceso deductivo cuando no se acepta la verdad de la premisa mayor?

El racionalismo y el empirismo rechazaban el silogismo como criterio de verdad, haciéndole responsable del atraso de la ciencia hasta el siglo XVII. Así, Descartes,

en las "Reglas para la dirección del espíritu", sostiene que el silogismo "es completamente inútil para los que desean investigar la verdad de las cosas, y sólo puede aprovecharse a veces para exponer con mayor facilidad a los otros las razones ya conocidas" (1).

El criterio empírico con la observación y la experimentación inductiva consigue un conocimiento más seguro que el basado en la autoridad. Pero la validez de los principios generales depende de los casos particulares contemplados, por lo que nunca podremos estar seguros de que un nuevo hecho los desmienta, a menos que examinemos la totalidad de los casos posibles. Esta inducción completa no aumenta nuestro conocimiento y además es frecuente encontrar cuestiones en las que los casos posibles son infinitamente superiores a los casos que podemos observar.

La imposibilidad de extraer de la experiencia leyes o principios universales fue advertida por Descartes, de ahí que no la utilizara para construir su filosofía.

René Descartes nació en La Haya en 1596, su familia era noble y con recursos económicos, lo que le permitió vivir de las rentas y dedicarse a la búsqueda de la verdad. Para encontrar el conocimiento claro y seguro rechaza el camino de los libros o de los hombres doctos, prefiriendo indagar en sí mismo y en el mundo. Después de licenciarse

(1) DESCARTES, René. "Reglas para la dirección del espíritu", p. 83.

se en derecho comienza a viajar, visita las cortes europeas y participa en las batallas más importantes de su época.

El 10 de noviembre de 1619 descubre, mientras soñaba, los fundamentos de una ciencia universal. Se apodera de él una especie de entusiasmo místico que le libera de una crisis espiritual, pero le carga con una gran responsabilidad. A partir de este momento Descartes busca la tranquilidad que le permite meditar y realizar sus trabajos, llevándole esta garantía de independencia intelectual y personal a vivir en Suecia, donde muere en 1650, a causa de una pulmonía mal curada.

Debido a que es el mismo espíritu quien abarca las diversas ciencias, Descartes piensa que debe abordarlas con un método único, en oposición a los escolásticos que utilizaban procedimientos diversos, porque los objetos de la ciencia son diferentes.

De todas las ciencias tan sólo la matemática logra alcanzar demostraciones ciertas y evidentes, por esto la filosofía cartesiana toma dicha ciencia como modelo y elabora un método cuyos pasos son:

- 1º) No admitir como verdadera cosa alguna hasta que poseamos evidencia de que lo sea.
- 2º) Dividir cada dificultad en tantas partes como podamos o en cuantas requiera su mejor solu-

ción, hasta alcanzar los elementos o naturalezas simples que se aprehenden por intuición.

- 3º) Ordenar ascendentemente por deducción de los elementos simples al conocimiento de lo complejo, y
- 4º) Examinar con cuidado la cadena deductiva para estar seguros de que no se ha omitido nada ni se ha cometido ningún error.

El mensaje que aporta Descartes es la afirmación de la razón como criterio fundamental de verdad y fuente principal de conocimiento, iniciando con ello dos movimientos filosóficos, el racionalismo y el idealismo.

Se denomina criterio de verdad a la norma que utilizamos para determinar la certeza o falsedad de un juicio. Para Descartes, "las cosas que concebimos muy clara y distintamente son todas verdaderas" (2). Entendiendo por claro lo que está presente y manifiesto a un espíritu atento, y por distinto, aquello que es tan preciso y diferente de todo lo demás que sólo comprende lo que aparece ante nosotros cuando lo consideramos de forma adecuada. La filosofía cartesiana rechaza lo probable y lo verosímil.

En el método de Descartes es imprescindible la existencia de verdades inmediatamente accesibles al conocimiento

(2) DESCARTES, René. "Discurso del método". p. 95.

to humano, que sitúan a la metafísica por encima de la ciencia, aunque él no abandonó nunca la experimentación, como lo demuestran las innumerables disecciones que realizaba y sus trabajos técnicos.

Para eliminar las opiniones y falsas creencias que pudieran haberse apoderado de su espíritu ocultándole la verdad, Descartes introduce en su método el precepto de la duda sistemática, que le lleva a cuestionarse toda la realidad del mundo exterior, incluso la existencia del propio cuerpo. En el "Discurso del Método", lo expresa como: "Pensé que debía rechazar como absolutamente falso todo aquello en que pudiera imaginar la menor duda, para ver, si después de hecho esto, no me quedaba en mis creencias algo que fuera enteramente indudable" (3).

De lo primero que duda Descartes es de la información que proporcionan los sentidos, porque le han engañado algunas veces. En las "Meditaciones metafísicas", va a formular con más precisión esta duda, llegando a la conclusión de que no se puede distinguir claramente entre sueño y vigilia, "cuántas veces no me habrá ocurrido soñar, por la noche, que estaba aquí mismo, vestido, junto al fuego, estando en realidad desnudo y en la cama" (4).

Tras la duda de los objetos complejos, pasa a analizar las cosas simples y generales, tales como la aritméti-

(3) DESCARTES, René. "Discurso del método". p. 93.

(4) DESCARTES, René. "Meditaciones metafísicas". pp.14 y 19.

ca y la geometría, "que contienen algo cierto e indudable, pues duerma o esté despierto, siempre el cuadrado tendrá cuatro lados" (5).

Descartes, en su esfuerzo por eliminar todo posible error, logra mostrar que tales verdades no son absolutamente indudables. Muchos hombres han hecho razonamientos matemáticos equivocados, luego es necesario dudar de la matemática y de la geometría. Además, podemos suponer que en lugar de Dios hay un genio maligno cuya voluntad consiste en engañarnos, lo que nos llevaría a dudar de todo incluso de las verdades matemáticas.

Cuando el escepticismo completo parece ser la consecuencia lógica de un largo proceso de análisis riguroso, Descartes encuentra la verdad más simple y evidente que cualquier otra, "pienso, luego soy". El acto de dudar supone una acción y por tanto es necesario que exista un sujeto pensante. Esta proposición es verdadera e indudable, puesto que si dudo de ella, lo único que consigo es confirmar su verdad; si dudo, pienso, y no puedo pensar sin ser. Se puede dudar de Dios, del mundo y del cuerpo; pero no del pensamiento, ya que dudar es una forma de pensar. Ni el genio maligno puede engañarme, ya que para conseguirlo tengo que existir.

Esta primera verdad, es al mismo tiempo el criterio

(5) DESCARTES, René. "Meditaciones metafísicas". Primera parte.

de evidencia de toda verdad, pues sólo verdades con esta certeza pueden ser aceptadas. La filosofía, al pensarse en sí misma, puede conocer su poder, cual es el límite de lo que puede decir y cómo fijar su ley.

Sólo sé que soy, dice Descartes, pero aún no sé qué cosa soy. La introducción del concepto cosa es consecuencia del substancialismo que da por supuesto que no puede haber una actividad o cualidad sin que haya un ente substancial que la sostenga.

Soy, pues, una cosa que piensa, es decir, "que duda, entiende, concibe, afirma, niega, quiere, imagina y siente" (6). Para Descartes, el término pensamiento tiene el sentido actual de vivencia.

En la filosofía cartesiana la relación causa-efecto se identifica con la relación premisa-consecuencia. El pensamiento no es el creador de la realidad, sino que su función consiste en legislar qué es lo que tiene derecho a existir. Sólo lo pensable es real.

Para llegar a la certeza de que el mundo y los objetos que en él aparecen existen en realidad, es necesario abandonar la hipótesis del genio maligno, aunque esta suposición no es demostrada por Descartes, y conseguir la veracidad de la existencia de Dios. Encerrados en su propia conciencia, los cartesianos tienen que apoyarse en

(6) DESCARTES, René. "Meditaciones metafísicas". p. 103.

Dios para probar la existencia del mundo exterior.

Al examinar Descartes los pensamientos, asigna el nombre de ideas, a los que son como las imágenes de las cosas. Posteriormente, divide las ideas en tres clases: 1ª) las ideas innatas que se poseen al nacer; 2ª) las adventicias que proceden de fuera de nosotros, y 3ª) las ficticias que son inventadas por uno mismo.

Es evidente que debe haber tanta realidad en la causa como en el efecto, pues el efecto obtiene su realidad de la causa, la nada no puede producir cosa alguna y lo menos perfecto no puede dar lugar a algo más perfecto.

Entre las ideas que tengo está la idea de Dios, pero yo soy un ser finito y no puedo haber producido la idea de un ser infinito. Otra forma de exponer esta prueba consiste en el razonamiento siguiente. No hay duda de que yo existo. Pero si no debo mi existencia a Dios, es porque tengo que deberla: a) a mí mismo, b) a haber existido siempre, y c) a causas menos perfectas que Dios. Si yo soy la causa de mi propio ser me habría dado todas las perfecciones y me parecería a Dios, luego yo no soy causa de mí mismo. El existir antes no resuelve el problema de que para existir ahora necesite una causa que me cree de nuevo de forma continua, permitiendo que pueda conservarme. La existencia no se debe a los padres o a alguna otra cosa menos perfecta que Dios, pues tiene que haber tanta reali-

dad en la causa como en el efecto. Los padres son la causa de la génesis física de los hombres, pero no de su espíritu. La causa del ser tiene que consistir en una cosa que piensa y que posea todas las perfecciones que atribuyo a Dios, entre otras la de haber recibido su existencia de sí misma.

En la quinta meditación ofrece Descartes otra prueba de la existencia de Dios, es el argumento ontológico: "Es imposible concebir a Dios sin su existencia, es decir, pensar un ser sumamente perfecto sin una de las perfecciones, ya que la existencia es una perfección" (7).

Dios garantiza que las cosas sean existentes y proporciona la creencia de que las ideas que tengo parten de las cosas corporales. Como él no es capaz de engañarme, hay que concluir que las cosas corporales existen.

El problema que Descartes no resuelve es el del dualismo, según el cual dos sustancias radicalmente diferenciadas, sin nada en común que sirva para compararlas, son dos sustancias incomunicadas y autosuficientes. ¿Cómo conocer si el yo pensante es esencialmente diferente al mundo exterior? ¿Cómo explicar que la vida cotidiana una el alma y el cuerpo rompiendo esta inconexión?

El racionalista Arnold Geulincx aporta una solución ingeniosa. En realidad lo que ocurre es una constante y

(7) DESCARTES, René. "Meditaciones metafísicas". pp. 132-135.

ordenada creación divina a dos niveles sustanciales, tan perfectamente sincronizados y coordinados que producen en nosotros la ficción de la interacción entre el alma y el cuerpo. Parece que unas cosas siguen a otras y pensamos que aquéllas son efectos y éstas causas.

Otro racionalista, Nicolas Malebranche, retoma esta problemática, afirmando que los hombres, debido a una interpretación equivocada de la causalidad, llaman causa-efecto a dos acontecimientos cuando son sucesivos. Las causas naturales son una ficción, la única causa es Dios. La creación del mundo se rige por leyes que expresan la esencia divina, por tanto, son eternas e inmutables. La regularidad en el mundo está garantizada porque Dios crea siempre con la misma ley.

Las teorías de Geulincx y Malebranche respecto de la causalidad van a influir enormemente en David Hume.

La duda cartesiana acaba con la incredulidad de los escépticos y traslada el lugar donde se da la reflexión filosófica pasando a ser el sujeto pensante el fundamento de su ciencia universal.

El mecanicismo de Descartes, convierte a la naturaleza en un fondo espacial uniforme, plano y homogéneo. Las cosas son acotaciones de la sustancia denominada naturaleza y poseen movimiento, pero la cantidad global de movimiento se mantiene constante. Las fuerzas de la natu-

raleza son vectores con dirección y magnitud definidas, mientras que las cualidades son niveles de movimiento.

Nada es arbitrario. La vida puede pensarse como una máquina y los seres vivientes como autómatas, pero el pensamiento queda fuera de lo mecanizable, de la extensión y del movimiento, por eso su subjetividad es libre.

La filosofía cartesiana describe tres posibilidades de conocer el mundo. La primera consiste en que el sujeto pensante es capaz de intuir la esencia en la realidad, captando de ella lo universal; pero Descartes rechaza este camino, porque el entendimiento no ve, sólo piensa, y pensar es una actividad interior. La segunda propone que el sujeto encerrado en sí mismo descubre la ley; Leibniz es partidario de esta solución, pero Descartes prefiere pensar que el orden de los hechos debe ser descubierto. La tercera indica que la comunicación entre las sustancias es algo necesario, lo que nos obliga a buscar el lugar donde se produce esta relación, y para Descartes esto ocurre en la glándula pineal.

La herencia cartesiana ha cumplido una misión esclarecedora, quitando prejuicios que eran un lastre para el desarrollo de la ciencia. Pero los triunfos de la razón en el progreso del conocimiento llevaron al racionalismo a intentar aplicar su metodología en campos poco propicios por su naturaleza, para lograr éxitos.

Influenciados por Descartes, aparecen en la historia de la filosofía, Spinoza, Malebranche, Leibniz, Kant y Edmund Husserl, fundador de la fenomenología.

I.2.3 Empiristas

El empirismo asigna a la filosofía un campo de fenómenos propios y unos procedimientos estandarizados, para eliminar el caos, la oscuridad y la ambigüedad en los enunciados del proceso de conocimiento. El espíritu va a ser el ámbito en el que se perciben los fenómenos y la filosofía la ciencia que los estudia.

Los conceptos de la física newtoniana son trasladados al mundo de la mente, de tal forma que los átomos de la física equivalen a las impresiones o ideas; unidades cognoscitivas que son el soporte de todo, haciéndose necesario el análisis de sus combinaciones, apariciones y desapariciones, formas, regularidades, cantidades, etc. Según Locke, el conocimiento es la percepción de las conexiones y discrepancias entre nuestras ideas.

Los filósofos son más intransigentes con los conceptos que los científicos, por eso, cuando los empiristas incorporan el principio de experiencia, su postura es rechazar todo lo que no pueda ser representado imaginativamente, desestimando también la distinción entre cualidades primarias y secundarias.

Según los empiristas, lo que observamos son nuestras ideas y sólo podemos hablar de lo dado en nuestro espíritu, no hay razón para sacar conjeturas de lo objetivo, las sustancias, las relaciones transcendentales, etc.

El límite de nuestra reflexión son las ideas contempladas por nuestra mente, ir más allá supone introducirse en las preguntas sin respuesta o con pluralidad de respuestas de la metafísica. Esto permite a Berkeley criticar las ideas abstractas, que Locke parecía admitir.

J. Locke (1632-1704) es el fundador del empirismo. Su filosofía a este respecto la expuso en 1690 en el libro "An Essay concerning Human Understanding", en donde se describe cómo pasar de lo particular a lo universal, de lo sensible a lo inteligible, en oposición a las ideas cartesianas que parten del todo.

Su colaboración con el médico Sydenham y con el químico Boyle, le sirve para descubrir el procedimiento empírico empleado en la nueva ciencia. La lógica escolástica-aristotélica pierde todo su sentido ante un método que utiliza la experiencia sensible para obtener conocimientos seguros y firmes.

Según Locke, los sentidos dan entrada en la mente a ideas particulares, llenando receptáculos hasta entonces vacíos; después, familiarizándose poco a poco con alguna de estas ideas, las aloja en la memoria y les da nom-

bre. Más adelante, abstrae y aprende a usar los nombres generales.

Antes de la percepción hay silencio, indeterminación y oscuridad, ya que las ideas no son innatas; pero cuando se produce surgen las cosas y las diferencias, la realidad que da lugar al conocimiento.

Cuando la mente percibe el acuerdo o desacuerdo de dos ideas de modo inmediato y por sí mismas, tenemos el conocimiento intuitivo, que es la máxima certidumbre que podemos alcanzar. Si apreciamos este acuerdo o desacuerdo no inmediatamente, obtenemos un conocimiento demostrativo formado por una cadena de intuiciones que llamaremos pruebas. El pensamiento es un proceso ordenado, pues hay regularidad en la asociación de las ideas simples y en la fabricación de las ideas complejas.

Las fuentes del conocimiento son, según Locke, la reflexión o representación de las operaciones internas de nuestra mente y la sensación o impresión que se produce en el espíritu debido a la percepción, mediante los sentidos, de objetos externos. La reflexión y la sensación son fenómenos pasivos, pero dan lugar a la experiencia que es el origen de todo saber.

Resumiendo el pensamiento de Locke, se puede decir que tenemos un conocimiento de nuestra propia existencia por intuición, de la existencia de Dios por demostración,

y de las otras cosas por sensación. Partiendo de la diferencia y la individualidad de la sensación, intenta conseguir la Universalidad.

G. Berkeley (1685-1753) desarrolla y sistematiza los principios empiristas contenidos en el "Ensayo" de Locke. Su actitud es progresista e ilustrada, pues reivindica un nuevo método que evite la confrontación entre la razón y los sentidos. El problema reside en que culpamos a nuestras capacidades de los errores cometidos, pero no cuestionamos el uso que hacemos de ellas.

Este método no llega a ser especificado por Berkeley, limitándose a dar unas reglas de actuación basadas en sustituir los principios falsos por otros nuevos, de esta forma se impide que la razón nos lleve a obtener paradojas y que, utilizando deducciones de principios verdaderos, resulten consecuencias insostenibles o irreconciliables entre sí.

El empirismo berkeleyano es inmaterialista, porque niega filosóficamente a la materia, así como a toda sustancia que trascienda a la mente. Es también espiritualista por afirmar que pensar es percibir, de tal forma que la realidad está constituida por sensaciones o ideas cuya existencia consiste en ser-percibidas. Por último, es nominalista, pues considera que las ideas abstractas y universales son colecciones de cosas-ideas.

La negación de la materia y de la realidad objetiva sólo se puede justificar si se reduce el concepto de existencia al hecho de ser percibido. Poniendo de manifiesto esta conciencia sensible, su intento de unificar lo real y lo consciente.

Idea es todo lo percibido por los sentidos, recordado o imaginado, luego necesitamos un ser que observe. Berkeley prescinde de la realidad material, pero precisa de un sujeto que reciba la información pasivamente, sin poder participar en la explicación del mundo. Su función consiste únicamente en iluminar a los objetos para sacarlos del no-ser, que es la oscuridad, convirtiéndolos en la diferenciación y la particularidad que supone el ser. La mente da el ser, pero no en el sentido de causa real.

Las leyes de la naturaleza son ideas procedentes de los sentidos que se imponen a nuestra voluntad, ofreciendo una gran constancia y regularidad en sus relaciones. ¿Qué sentido tiene este orden para Berkeley si ha renunciado al mundo objetivo?, y además, ¿quién garantiza esta regularidad que hace posible la ciencia?

Según Locke, la naturaleza es la que pone las ideas en el espíritu; pero Berkeley piensa que el empirismo puede conducir al escepticismo o al ateísmo, y para impedirlo, prefiere confiar en Dios como origen de esas persistencias. El hecho de ser un predicador protestante influye en su concepción del empirismo haciéndolo más débil, pues

necesita una divinidad para llevarse a cabo.

Una idea particular se transforma en otra general cuando se la hace representar a todas las ideas particulares de la misma clase. Pero Berkeley rechaza las ideas abstractas y los conceptos por no poder percibirlos.

Son, asimismo, empiristas: Hume, Helvetius, Cabanis y, en cierto sentido, Condillac.

I.2.3.1 Positivistas

En 1929, el sociólogo Otto Neurath, el matemático Hans Hahn y el filósofo Rudolf Carnap, concluyen un manifiesto que resume la concepción científica de un grupo de especialistas en diferentes materias. Siendo conocidos, a partir de ese momento, como el Círculo de Viena.

En esta proclama especifican sus preocupaciones y objetivos, a la vez que reconocen las influencias sobre ellos del talante positivista y empirista de Hume, Comte, J.S. Mill, Avenarius, Mach, etc., del tratamiento metodológico de Helmholtz, Riemann, Poincaré, Duhem, Boltzmann, Einstein, etc., y de los estudios sobre lógica de Leibniz, Peano, Frege, Schröder, Russell, Whitehead, Wittgenstein, etc.

El movimiento al que dan lugar se denomina de múltiples formas: "neopositivismo", "positivismo lógico", "empi

rismo lógico" y muchas más, pero aunque tengamos en cuenta las diferencias que existen entre ellos, todos coinciden en conferir al pensamiento la facultad de reflexionar sobre sí mismo, de imponer reglas, diciendo lo que se puede y debe decir para no salirse de los límites de la conciencia sensible.

Para el positivismo, sólo tiene interés el razonamiento experimental sobre cuestiones de hecho y de existencia. Por eso, trata de liberarse de la metafísica, reduciendo el campo del conocimiento a las matemáticas y a las ciencias naturales.

La física era hasta finales del siglo XIX el modelo que servía para entender las demás ciencias, utilizándose como campo de experimentación; pero el problema de la fundamentación empírica de la física comienza cuando los investigadores comprueban que ahora, no todos sus conceptos son reducibles a impresiones.

Pero el positivismo no se da por vencido, olvidándose de su origen ilustrado, indaga sobre la certeza de la conciencia, pretendiendo leer en los fenómenos las reglas de lo real, aunque luego las leyes que obtengamos lleven el añadido de probables o queden especificadas como frecuencia o tendencia.

Pasar de lo individual a lo universal, es la opción que eligen los positivistas. Para legitimar la inducción

se ven obligados a añadir al plano descriptivo en el que se mueven y que consideran como el único legítimo, la capacidad que tiene la mente para elaborar expectativas, es decir, cómo la asociación de sensaciones permite que imaginemos situaciones de las que no se ha tenido experiencia. La alternativa a este planteamiento psicologista será el análisis del lenguaje.

El desarrollo del análisis infinitesimal, de la teoría de conjuntos, de la axiomatización de las matemáticas y de las geometrías no euclídeas, va a favorecer el desarrollo de la lógica formal como elemento fundamentador del conocimiento humano.

Se pretende liberar a la filosofía, y especialmente a la lógica y la matemática, de todo psicologismo. Así, Bertrand Russell (1872-1970), en su "Principia mathematica", nos dice que para comprender el pensamiento hay que fijarse en el lenguaje, pues es allí donde se encuentra expresado. Además, hay que aceptar como real, todo lo que el sentido común admite como tal, rechazando la visión idealista que califica de apariencias todo lo que el sentido común cree. Es, pues, una actitud que mantiene el proyecto de David Hume, pero desplazado al lenguaje.

Según Russell y Wittgenstein, la ciencia es una estructura lingüística que describe los hechos pertenecientes al mundo objetivo, mediante términos biunívocos procedentes del isomorfismo lenguaje-mundo. Para combinar

estas proposiciones básicas o atómicas que representan hechos elementales, se utilizan las reglas de la lógica y los conectores "y", "o", "si", "entonces", etc., lo que permite llegar a proposiciones generales o moleculares, cuya verdad y sentido depende de que todas las proposiciones empleadas para obtenerla sean empíricas o lógicamente verdaderas, y que constituyan un sistema sin contradicciones.

La única realidad que interesa a la ciencia es la dada a nuestra percepción y la contenida por la experiencia. Esto hace, según Russell, que sea difícil demostrar la evidencia del mundo objetivo, porque se refiere a creencias que proceden de la conciencia. De todas formas, este contexto de cosas individuales, cualidades, relaciones y hechos, es el único que puede hacer verdadera o falsa una proposición y que permite confirmar o negar las creencias.

Ludwig Wittgenstein (1889-1951), cree que el lenguaje se impone como único campo del conocimiento, por eso intenta descubrir cuál es la potencia representativa del lenguaje científico, es decir, busca sus límites y reglas. Además, tenemos la garantía de su eficacia cuando utilizamos proposiciones de significado unívoco.

Hay dos posturas en Wittgenstein, una de ellas está desarrollada en el "Tractatus" y, junto a la influencia de Russell, va a dar lugar al neopositivismo. Wittgenstein

pretende que la filosofía sea una actividad crítica del lenguaje, una actividad normativa que garantice significados y lenguajes bien hechos. Por eso, al construir teorías es necesario realizar confrontaciones empíricas que verifiquen las proposiciones elementales y las reglas de coherencia lógica.

El segundo Wittgenstein abandona el lenguaje ideal pasando a utilizar el lenguaje ordinario. Este nuevo planteamiento de su pensamiento es ampliado en la obra "Investigaciones filosóficas" y en los "Cuadernos", sentando los principios que, unidos a los de Moore, sirven de inicio a la filosofía analítica. El lenguaje ya no es una estructura lógica prototipo, sino el enlace de múltiples combinaciones lingüísticas, que permiten diversidad de uso y significado a los signos, debido a las posibles determinaciones semánticas, psicológicas y sociales.

Los filósofos positivistas pretenden ser los guardianes de la ciencia, a la que consideran creencia racional única. Los neopositivistas defienden el empirismo como dogma, pero son convencionalistas y tolerantes con sus normas internas. Finalmente, los filósofos analíticos son técnicos que describen la topología del lenguaje.

I.2.3.1.1 Verificadores: Los Neopositivistas

El neopositivismo se desarrolló rápidamente en las universidades estadounidenses, proporcionando abundante



producción teórica. Su originalidad, como dice Ayer, "radica en que hacen depender la imposibilidad de la metafísica no en la naturaleza de lo que se puede conocer, sino en la naturaleza de lo que se puede decir" (8).

La inclinación de los filósofos hacia la metafísica se debe a un mal uso del lenguaje, ya que sus proposiciones no son significativas, es decir, no pueden verificarse.

Siguiendo las teorías de Russell y Wittgenstein, piensan que el contenido de verdad de los enunciados complejos es el resultado de la certeza que haya en los enunciados simples que le sirven de componentes. Como estas expresiones elementales enuncian directamente hechos, tienen contenido empírico y se puede verificar su verdad, o lo que es igual, se puede decidir acerca de su significación.

La verificabilidad es la condición principal de las teorías científicas, pues consigue evitar la presencia en el lenguaje de cualquier signo o proposición que no sea nombre de un objeto o no describa un hecho empírico. La ciencia es un lenguaje que se va sofisticando cada vez más y por tanto, tiene un riesgo mayor de impurezas metafísicas.

El significado de una proposición depende de su

(8) AYER, A.J. "El positivismo lógico". p. 16.

verificación, pero el problema está en qué enunciados metafísicos se deben eliminar si usamos un criterio que es de su misma clase. Su legitimidad no es demostrable y sólo se puede justificar mediante el pragmatismo de aceptar que necesitamos una definición exenta de fundamentación.

Las proposiciones universales no se pueden verificar porque los casos que incluyen son infinitos y esto imposibilita su comprobación. ¿Qué hacer entonces con los enunciados de la lógica y de las matemáticas? Como estas proposiciones no tienen contenido empírico, los neopositivistas las consideran tautologías, pero intentan salvar en cierta forma su significación y sentido, ya que precisamente por esta carencia de contenido empírico se pueden utilizar como representación de cualquier realidad.

También pretenden escapar al solipsismo que supone manejar las sensaciones como modificaciones del sujeto, en lugar de considerar que son los efectos que produce el objeto sobre el individuo pensante. Todo esto les lleva a flexibilizar la formulación del principio de verificación, mediante la utilización de términos tales como, confirmabilidad, testabilidad, etc. Incluso se llega a identificar la verificabilidad con la posibilidad que tiene una proposición de ser deducida de un conjunto de enunciados observacionales pertenecientes a una teoría.

Todas estas formulaciones son apropiadas, pues se llega a ellas por procedimientos y criterios que deciden

su aceptabilidad, pero no resuelven cuestiones como, ¿cuándo daremos por finalizada la verificación?, ¿cómo verificar proposiciones alejadas de nosotros en el espacio o en el tiempo?, suponiendo que un enunciado es verificable, ¿cuál es su valor como verdad?, etc.

Los neopositivistas se adjudican el papel de garantes del contenido empírico de los conceptos y teorías científicas. Para lograrlo renuncian a que el pensamiento reflexione sobre sí mismo, considerando preferible analizar el raciocinio expresado en lenguaje, consiguiendo de esta forma la síntesis entre empirismo y racionalismo, el razonamiento lógico-matemático pone la universalidad, ya que es una tautología y la base empírica contribuye con la significabilidad.

El positivismo del siglo XVIII decía que la ciencia es un sistema de proposiciones empíricas, ahora los neopositivistas añaden, y de tautologías. Pero no tienen en cuenta estos filósofos que la palabra puede ser una forma insuficiente de representar a la idea y esto el pensamiento no logra solucionarlo por encontrarse sometido a los límites del lenguaje.

El pretender legitimar una adecuación entre lógica y experiencia, lleva a los neopositivistas a considerar la experiencia como fruto del proceso individual de la mente. El significado de todas nuestras conclusiones va a ser subjetivo, pues no hay nada que garantice la racio-

nalidad de las demás mentes y no se puede tener conocimiento exacto de sus experiencias.

Para solucionar esta dificultad, Russell y Poincaré, tienen la teoría de que el saber científico es conocimiento de estructuras. Así, aunque no podamos advertir si las sensaciones de distintas personas ante un mismo hecho son semejantes, sí que lo son las relaciones estructurales empleadas por ellos.

Con esta explicación se cae en un contrasentido, ya que al manejar las proposiciones como experiencia intersubjetiva de la estructura en que dicha sensación se incluye, estamos utilizando un significado que no es empírico.

Para conseguir la verificabilidad con la experiencia de las proposiciones científicas, Rudolf Carnap las traduce al lenguaje empleado por la física y relaciona a los enunciados elementales con estados corporales.

Según Carnap, toda experiencia es personal, lo que no impide su uso como base de la ciencia, pues empleamos oraciones que están hechas siempre con el mismo lenguaje, siendo esta terminología común una forma de unificar la ciencia.

La lógica es un metalenguaje que describe el lenguaje o incluye consejos para su utilización. Esto lleva a Carnap a pensar que cada individuo puede construir su

lógica, influenciado por criterios pragmáticos, de economía o de elegancia.

El neopositivismo ha ido evolucionando para intentar dar solución al problema del significado. Con Carnap se llega a una situación totalmente alejada de las ideas que le dieron vida. El convencionalismo termina por desplazar el análisis desde la semántica hasta la sintaxis y los sistemas hipotético deductivos son sustituidos por formalismos o reglas de construcción y transformación de proposiciones.

I.2.3.1.2 Analistas del Lenguaje

Wittgenstein impartió clases en las universidades de Cambridge y Oxford, sus discípulos John Wisdom, Gilbert Ryle, John Austin, Peter F. Strawson, etc., consolidaron una nueva manera de entender el análisis, basada en lo que se ha dado por llamar segundo Wittgenstein.

Este grupo inglés tiene el inconveniente de que es poco homogéneo en sus conclusiones, incluso la forma de definir el lenguaje es diferente entre ellos. Así John Wisdom en su obra "Problems of Mind and Matter", estudia las contradicciones del escepticismo y de las posiciones filosóficas que cuestionan la existencia de objetos materiales, para justificar su defensa del sentido común y la aceptación de las cosas como son, con su diversidad

de existir. Siendo para él la única actividad lícita, la del desciframiento de significados tal como lo hace el Psicoanálisis.

En el Psicoanálisis, los elementos psicológicos que producen los traumas son unidades cuya significación usual se ha transformado, han pasado a ser inexpressables, por eso, cuando se pone de manifiesto lo oculto, el problema se disuelve y se reconstruye la significatividad. De igual forma, el filósofo analista debe resolver sus interrogantes y dudas, descifrando el lenguaje, pues describiendo sus falsedades estamos consiguiendo que recupere su significado.

Gilbert Ryle, en su ensayo "Systematically Misleading Expressions", advierte del peligro que supone abandonar la utilización del lenguaje usual, sustituyéndolo por expresiones esquemáticas y abstractas. En su obra "Dilemas", amplía esta idea, llegando a la conclusión de que los debates filosóficos son irresolubles porque se habla desde lenguajes diferentes. Para dar salida a la polémica es imprescindible que se analicen las reglas y los niveles de significación de cada lenguaje.

Su método de análisis consiste en la descripción detallada y lógica de los conceptos fundamentales que se utilizan en la actividad mental. Descubriendo cómo el uso cotidiano del lenguaje introduce dicotomías tales como, interno-externo, yo-los otros, físico-espiritual, etc.,

y además incorpora relaciones causales de explicación.

John Austin en su libro "How to do Things with Words", defiende igualmente al lenguaje habitual, ya que es el más adecuado y su suficiencia es total, como lo ha demostrado durante siglos. Las dificultades surgen cuando se emplea en filosofía, pues el lenguaje además de un conjunto de enunciados es una sucesión de actos lingüísticos, junto a las proposiciones siempre se expresan sentimientos y emociones.

Peter F. Strawson tiene de novedoso que aplica una lógica inexacta para analizar el lenguaje corriente. Desecha la lógica formal porque se da cuenta de que al hablar utilizamos términos con gran consistencia y sistematicidad para reflejar objetos materiales o personas. Por eso no se puede someter al lenguaje a reglas diferentes a las suyas.

Para terminar diremos que el proceso analista empieza siendo empirista y buscando un lenguaje ideal, pero la observación de la vida le desplaza hacia el reconocimiento de la suficiencia y riqueza del lenguaje usual. No consiguen elaborar un método general que resuelva problemas lingüísticos, pero encuentra soluciones a casos concretos.

I.2.3.2 Falsadores: Popper

Karl R. Popper nació en Viena en 1902. Su formación intelectual es fundamentalmente autodidacta, aunque estudió durante algún tiempo en la Universidad de Viena con Hans Hahn y Moritz Schlick, hombres del Círculo de Viena, con los que no perderá nunca el contacto.

La exigencia marxista de intensificar la lucha de clases, le hace ser crítico del carácter científico del socialismo. Posteriormente, generaliza esta actitud, mediante la búsqueda de condiciones que garanticen el carácter científico de las teorías y así llega al criterio de demarcación entre ciencia y pseudociencia, que va a ser una de las piezas claves de su filosofía.

En 1934 publica en alemán la "Lógica de la Investigación Científica", y en 1963 "El Desarrollo del Conocimiento Científico: Conjeturas y Refutaciones". Participa en el simposio sobre "La crítica y el desarrollo del Conocimiento", celebrado en 1965. Hoy día continúa escribiendo acerca de temas filosóficos de la ciencia, aunque su último libro editado es de 1972, "Conocimiento objetivo, un enfoque evolucionista".

El alto grado de comunicación que mantiene Popper con sus oponentes, hace pensar que existen elementos comunes con ellos y dificulta que se le sitúe filosóficamente. Entre los que polemizan con él están los positivistas,

en particular Carnap; también los nuevos filósofos de la ciencia, cuyo mayor representante es T.S. Kuhn y los nuevos lógicos de la ciencia, J.D. Sneed y W. Stegmüller.

El enorme poder explicativo del psicoanálisis y del marxismo produce en Popper un sentimiento inicial de admiración. Las dos teorías encuentran con facilidad confirmaciones y su verificación es considerada inevitable por sus partidarios. La sospecha surge al compararlas con la teoría de la relatividad de Einstein y con su actitud.

La teoría que más verificaciones ha tenido a lo largo de dos siglos es la de Newton, y sin embargo esto no ha sido suficiente para hacerla verdadera, pues Einstein consigue superarla mostrando sus limitaciones. ¿Cuáles son entonces las posibilidades y el significado de la verificación? Para empezar habrá que plantearse la eventualidad de que las teorías de Einstein sean rechazadas en el futuro; aunque su teoría contiene una gran aportación, establece de modo preciso en qué situaciones y con qué experimentos concretos puede confirmarse o invalidarse.

Esta postura, según Popper, refleja la auténtica actitud científica, ya que no necesita de continuas verificaciones y permite distinguir entre lo que es ciencia y pseudociencia, al reflejar la rentabilidad o testabilidad de las teorías.

Las dos grandes cuestiones de la filosofía por las que Popper se interesa son, por un lado, el problema planteado por Hume respecto de la inducción, que afecta a la garantía de las reglas para construir la ciencia. También el problema desarrollado por Kant con relación al establecimiento de los límites de la ciencia, para lograr la demarcación entre ciencia y metafísica.

Los positivistas lógicos toman del "Tractatus" de Russell y Wittgenstein, la idea de que sólo hay dos clases de proposiciones a las que podemos dar un cierto sentido, las que son verdaderas y las que son falsas. Surge así el criterio empirista de significado, que en las ciencias naturales consiste en ser discernible por la observación o verificable por la experiencia.

Las tesis positivistas hacen coincidir los conceptos empírico y verificable, de tal forma que la verdad de las teorías científicas se basa en la verdad de los enunciados observacionales y el método de la ciencia es el inductivo. El inconveniente de este procedimiento es que excluye a la metafísica y a las leyes científicas, ya que los principios generales no pueden observarse, dificultando su validación.

Popper, en su obra "La Lógica de la Investigación Científica", rechaza que se pueda pasar de enunciados singulares a enunciados universales. Esto sólo sería posible si existiera un principio de inducción sintético y no

tautológico. Así, subraya que si no queremos caer en una regresión infinita que justifique los enunciados de tipo general con nuevas inducciones superiores, dando lugar a un proceso acumulativo y asintótico hacia la verdad, tenemos que aceptar que la inducción es un hábito, como decía Hume, o es válida a priori, según las teorías de Kant.

El problema psicológico de la inducción, basado en la pregunta, ¿por qué personas razonables creen que las experiencias futuras serán como las pasadas?, y el problema lógico, que se apoya en la cuestión, ¿es justificable que a partir de cosas de las que tenemos experiencias reiteradas podamos llegar mediante razonamientos a otras de las que no tenemos experiencia?, llevan a Popper a pensar que la inducción no es rigurosamente válida ni tampoco necesaria para salvar a la ciencia, como lo demuestra su principio de transferencia, según el cual, lo que es verdad en el dominio de la lógica, lo es también en el método científico y en la historia de la ciencia. Luego, como desde el punto de vista lógico no existe inducción por repetición, tampoco puede haberla en la ciencia. Popper no dice cómo surge el principio de transferencia, ni lo justifica; pero le va a llevar a un idealismo cuyas conclusiones psicológicas e históricas son indefendibles.

De su crítica a la inducción, Popper saca en con-

secuencia que debe abandonar la teoría subjetivista, pues de forma ingenua supone que el conocimiento es algo que está en nosotros, lo hemos recibido pasivamente; por eso, los errores se cometen por una asimilación inadecuada de la información proporcionada por los sentidos, que son los garantes de su validez. En lugar de pensar que los hechos están dados, debemos aplicar una teoría evolucionista del conocimiento que considere que los hechos van a ser seleccionados siempre según nuestras expectativas e hipótesis.

Las teorías no pueden ser verificadas, impidiendo que sepamos si son verdaderas; en cambio, pueden ser falseadas. La ciencia es una constante construcción de hipótesis o conjeturas de las que constantemente se decide su no aceptabilidad. Lo que importa no es la legitimación de las teorías, sino su falsación, pues así aumenta la verosimilitud y el desarrollo científico se extiende. Esta sustitución de la verificación por la falsación no es sólo un cambio de técnica de demarcación, es además una nueva concepción filosófica.

Según los falsacionistas, nacemos con un conocimiento que es psicológica y genéticamente a priori, es decir, anterior a toda experiencia observacional, por eso, las hipótesis son previas a las observaciones. Popper sólo analiza una hipótesis innata, la necesidad de hallar regularidades.

La teoría de Popper acerca de que los hombres nacen dogmáticos, pretendiendo imponer sus hipótesis con verificaciones aunque se adapten inadecuadamente a la realidad y posteriormente, los individuos suelen añadir una actitud crítica, sometiendo a prueba mediante la refutación a las hipótesis, originando así una actividad científica, no es evolucionista como él pretende, en el sentido que lo es la de Piaget, pues su enfoque y problemática son de carácter lógico e independiente de la historia.

La investigación de los nuevos filósofos Hanson y Kuhn comprueba que los científicos pueden mirar al mismo sitio y ver cosas distintas, lo que significa que los enunciados observacionales no son neutrales y fijos, sino que tienen una carga teórica, de tal forma que las teorías determinan los hechos y no al revés.

Por un camino distinto, Popper llega a una formulación similar, "no puede haber percepción pura, ni lenguaje observacional puro, pues todo lenguaje está impregnado de teorías y mitos" (9).

Esta coincidencia es sólo de carácter formal, pues la dependencia teórica de los hechos está para él basada en la lógica. El único método válido científicamente para contrastarlas, según los falsacionistas, es el hipotético deductivo, pues las observaciones sólo sirven para verifi-

(9) POPPER, Karl. "Conocimiento objetivo". pp. 75 y 141.

car a posteriori las teorías.

El modelo que utiliza Popper para describir el desarrollo del conocimiento científico consiste en, primero, enfrentarse al problema de que se incumplen a veces nuestras expectativas o teorías; el segundo paso, sería elaborar teorías alternativas que intenten solucionarlo, dando por supuesto que estas nuevas teorías son contrastables; en tercer lugar se comparan las teorías rivales propuestas, eligiendo a la que sea menos falsa que las demás. Finalmente, esta teoría planteará a su vez nuevos problemas que serán más útiles y fecundos que los anteriores, lo que representa un progreso.

Para Popper, el incremento del conocimiento científico no consiste en la acumulación de observaciones, sino en sustituir, por otras nuevas, las teorías que resultan falseadas cuando se las somete a contrastación, pero siempre es posible proteger una teoría de la refutación empírica añadiéndola hipótesis ad hoc, por lo que la primera regla metodológica debe ser no recurrir a estratagemas convencionalistas.

Al intentar evaluar y comparar diversas teorías para determinar cuál es la que representa mayor progreso, encontramos grandes dificultades. Popper piensa que una teoría no supera a otra porque tenga un mayor grado de probabilidad, sino por poseer un mayor número de enunciados lógicamente implicados por él. A esto, Kuhn señala

que es imposible comparar teorías rivales, pues los términos y enunciados de ambas tienen un significado distinto.

Tras publicar Tarski su teoría de la verdad objetiva y absoluta, en la que la verdad surge como correspondencia con los hechos, Popper, en base a estas nuevas ideas, elabora el concepto de verosimilitud para explicar el crecimiento del conocimiento científico.

El grado de verosimilitud nos mide el acercamiento a la verdad de una teoría, "una teoría T_2 se aproxima más a la verdad que otra T_1 , si y sólo si, se siguen de T_2 más enunciados verdaderos, pero no más enunciados falsos, o al menos igual cantidad de enunciados verdaderos y menos enunciados falsos" (10).

"Cuando la refutación fracasa, tenemos razones para pensar que nuestra teoría no tiene más falsedad que su predecesora, luego posee un mayor grado de verosimilitud. Pudiendo explicar con este método gran parte de la historia de la ciencia" (11).

El procedimiento desarrollado por Popper para comparar teorías, hace necesario que sus enunciados básicos tengan que ser comunes, actuando como experiencia mutua y fija, lo que contradice la impregnación teórica que él

(10) Op. cit. p. 58.

(11) Op. cit. p. 63.

mismo había estudiado antes.

Los nuevos lógicos de la ciencia, Sneed, Stegmüller, etc., aunque en cierta forma son continuadores de Popper, argumentan que utiliza una concepción de teoría basada en un sistema veritativo-funcional de enunciados, que resulta inapropiado para aplicar a las ciencias empíricas. Según ellos, una teoría es algo muy complejo que sólo un enfoque estructuralista de la lógica de la ciencia puede abarcar. Hay que tener en cuenta que lo publicado por los científicos en artículos y libros no tiene por qué coincidir con la pretendida reconstrucción lógica de lo que produce el científico.

Karl Popper rechaza la inducción, considerándola superflua en una lógica de la ciencia. Ni siquiera el recurso a la probabilidad en lugar de hacerlo a la verdad nos sirve para escapar de la regresión infinita o del apriorismo. Si, por ejemplo, una hipótesis ha quedado falsada mil veces en una contrastación de dos mil veces, la probabilidad frecuentista atribuiría el valor $1/2$ en lugar de asignar un valor cero.

Tenemos que hacernos a la idea de que la ciencia no es un cuerpo de conocimientos, sino un sistema de hipótesis, conjeturas o anticipaciones que no son susceptibles de justificación, pero con las que operamos mientras superen las falsaciones. No pudiendo decir que son verdaderas, ni siquiera probables.

I.2.4 Escépticos

El escepticismo, que puede ser metafísico, religioso e incluso se utiliza como método, surge tras la muerte de Aristóteles en la Escuela de Pirrón de Elis, continúa con su seguidor Tirrón y prosigue en la Academia, siglo IV antes de Cristo, siendo Arcesilao el que dice que no se puede tener una certeza total del conocimiento, pero sí una probabilidad de él, mientras que Carnéades distingue tres grados de probabilidad.

El pensamiento escéptico se desarrolla posteriormente con Montaigne, Charron, La Mothe Le Vayer, Pascal, etc. Todos ellos piensan que el conocimiento no es posible, ya que el sujeto no logra nunca aprehender el objeto, por lo tanto sólo queda el recurso a refugiarse en las razones del corazón. El escepticismo clásico tiene una concepción mística del límite de la ciencia.

El individualismo del Renacimiento francés provoca una avalancha de memorias entre las que destaca los "Essais", de Michel Eyquem Montaigne, pues su meditación individual es un buen método para que cualquiera pueda conocerse.

Montaigne es educado por grandes maestros, pero a la vez convive con gentes humildes, que influyen en su sencillez narrativa basada en decir lo que siente, sentir lo que dice y procurar que las palabras concuerden con

la vida.

Su pensamiento no es ajeno al sentido común y a los presentimientos del corazón. Observa incansablemente la naturaleza y a los hombres, contrastando sus juicios personales con otros pensadores. Pero sin pretender imponer sus conclusiones o su criterio, se siente inseguro, por eso todo lo que escribe está impregnado de un sentido dubitativo y escéptico.

El medio que utiliza para averiguar la verdad de las cosas, es preguntarse ¿qué sé yo?, y esta cuestión la lanza contra todos y hacia sí mismo. "Yo me estudio a mí mismo, más que cualquier otra cosa..." (12), "con mi experiencia encuentro bastante para hacerme sabio..." (13), "hay que ser prudentes, el aprendizaje lo único que consigue es hacernos sentir lo que nos falta por aprender" (14).

El deseo más natural del hombre es el del conocimiento y para conseguirlo emplea todos los medios a su alcance; cuando falla la razón, recurre a la experiencia, pero tanto la razón como la experiencia tienen formas y consecuencias diversas. Esto hace que nunca se convenza plenamente de sus conclusiones ni de las de los demás.

(12) MONTAIGNE, M.E. "Ensayos completos". Tomo III. p.238.

(13) Ibidem. p. 239.

(14) Ibidem. p. 241.

Las actitudes dogmáticas le molestan, pero también le desagradan los que niegan los dogmas de forma rutinaria y no son capaces de sustituirlos por otros que tengan interés. Tiene cautela y temor ante todo conocimiento absoluto, para evitar que sus limitaciones queden superadas, pues todos los razonamientos son, según él, arriesgados y temerarios, porque además de los hechos participa también el azar. Por eso, las afirmaciones de Montaigne van siempre acompañadas de la definición que subyace.

Su escepticismo y libertad para opinar de todo lo resume Montaigne en una frase: "yo no afirmo ni niego". Con esto quiere dar a entender que todas las teorías se enfrentan con graves objeciones que son insuperables para él y para cualquier otro. Esto le lleva a decir (15):

"Nuestras polémicas son siempre verbales, si pregunto qué son Naturaleza, Voluptuosidad, círculo, la demanda es puramente de palabras y se responde a sí misma... Si pregunto qué es un cuerpo, se responderá substancia, ¿y qué es substancia?, etc. Se cambia una palabra por otra, a menudo más desconocida... Para satisfacer una duda se provocan tres".

(15) Op. cit. pp. 235 y 236.

Blaise Pascal publicó tratados físico-matemáticos y además redactó algunos fragmentos de temas filosóficos y religiosos. En ellos toma una postura escéptica que se opone en cierta forma al cartesianismo y a su confianza en la razón.

El pensamiento de Pascal está fuertemente influenciado por el cristianismo, esto le hace ver al hombre como un ser pensante que está abrumado por su fragilidad, menesterosidad y miseria. Sólo Dios puede sacarle de esta situación mediante su grandeza, pues la verdad fuera de Dios es un ídolo que no se ha de amar ni adorar.

La razón según Pascal, es raciocinio o silogismo, que se debe fundamentar en los conocimientos que proporciona el corazón y el instinto. Conocemos la verdad no sólo por la razón, sino también por el corazón, por eso cuando actúan los dos a la vez se consiguen principios más firmes que si interviene sólo el razonamiento.

Su actitud filosófica se resume en no excluir la razón, pero admitir algo más que la razón.

El escepticismo moderno es una actitud universalmente aceptada en el ambiente científico de los siglos XVII y XVIII. Surge como reacción a las nuevas teorías que sustituyen por otras inéditas, las verdades mantenidas como inamovibles por la tradición. Pero este racionalismo escéptico ilustrado no es comparable al escepticismo clá-

sico, pues considera que la dificultad para llegar al conocimiento definitivo es el precio que paga la ciencia a cambio de conseguir bienestar.

Hay dos posicionamientos en el escepticismo moderno, uno progresista basado en la pregunta ¿existen razones para ser escéptico ante las pocas verdades seculares que aún se mantienen?, y otro regresivo que se cuestiona, ¿qué garantía de eternidad y universalidad tienen las nuevas teorías?, aunque los dos son criterios no dogmáticos que emplean la duda metódica o duda razonable para discutir los principios aceptados.

Toda filosofía que garantice el conocimiento absoluto va a estar vigilada por el escepticismo, pero no impidiendo su tendencia fundamentadora, sino sospechando de la capacidad del hombre para conocer la realidad. La ciencia es un instrumento que crea progreso, es el triunfo del hombre sobre la Naturaleza, pero no es el camino de lo absoluto, ni de la verdad.

Es imposible legitimar toda fundamentación racional, había dicho Hume, la razón debe asumir su arbitrariedad y darse cuenta que no necesita justificaciones porque es su única causa. Por eso son ficciones todo intento de autentificar la experiencia, la lógica, la intuición, lo innato, etc.

La inducción no tiene sentido en este contexto,

pero el impulso de supervivencia nos lleva a pensar que
la razón controla la acción del método científico.

CAPITULO II

**LA INFERENCIA ESTADISTICA COMO RESPUESTA
AL PROBLEMA DE LA INDUCCION**

II. LA INFERENCIA ESTADISTICA COMO RESPUESTA AL PROBLEMA DE LA INDUCCION

A partir de Kant, la filosofía pretende solucionar el desafío de David Hume respecto de la fundamentación de la inducción. ¿Puede la experiencia justificar la inducción? La respuesta es no, porque los enunciados de las ciencias experimentales son proposiciones universales que rara vez se expresan como juicios perceptivos, lo normal es que empleen el lenguaje teórico. Además, según P.F. Strawson en su libro "Introduction to Logical Theory", Londres, 1952, recurrir a la experiencia para que respalde la inducción produce circularidad, pues si afirmamos que sabemos por experiencia que es verdadero, tendremos que utilizar un principio de inducción de orden superior para justificarlo y así sucesivamente, lo que lleva, inevitablemente, a una regresión infinita.

Kant trató de solucionar esta dificultad admitiendo que el principio de inducción, llamado por él principio de causación universal, era válido a priori, pero obtuvo poco éxito en la justificación a priori de los enunciados sintéticos.

No es posible elaborar una teoría de la inducción basada en la experiencia, pues nos lleva a una regresión infinita o a apoyarse en un principio apriorístico que no puede ser contrastado empíricamente. La experiencia es un reflejo de lo que ha pasado o lo que pasa, pero no dice nada respecto de lo que va a suceder. Así, B. Russel indica que cuando poseemos una creencia fundada en las evidencias obtenidas anteriormente no estamos en mejor posición que la gallina, la cual, ante la presencia del hombre que la ha alimentado hasta hoy, cree que seguirá haciéndolo siempre.

La inducción va más allá de las constataciones experimentales, permitiendo hacer predicciones, señal de que contiene más de lo que la experiencia le suministra.

Tampoco podemos justificar la inducción con la afirmación de David Hume respecto a que el futuro se asemeja al pasado, ni con la ley de la uniformidad de la naturaleza de B. Russel, o con el postulado de limitación de la variación independiente de J.M. Keynes, ya que son, entre otros, intentos para convertir los razonamientos inductivos en deductivos a partir de una premisa suprema.

El principio de uniformidad de la naturaleza es una proposición que formula una verdad general de tipo abstracto respecto de la constitución del universo, pero este principio es un rasgo de nuestra imagen del mundo

y no una verdad acerca de él. Wittgenstein lo expresa diciendo:

"La naturaleza de la creencia en la uniformidad de los sucesos quizás se vuelva más clara en el caso en que sentimos miedo de lo que esperamos. Nada podría inducirme a poner la mano en el fuego, aunque sólo me haya quemado en el pasado. La creencia de que la llama me quemará es del mismo tipo que el miedo a quemarme".

Es necesario encontrar una solución, ya que sin inducción quedamos reducidos al flujo de lo vivido. El proceso que permite pasar de los juicios de percepción a las leyes experimentales y de éstas a los principios de las teorías científicas, tiene como única salida la inferencia estadística.

Según Reichenbach:

"Hemos descrito el principio de inducción como el medio por el que la ciencia decide sobre la verdad. Para ser más exactos, deberíamos decir que sirve para decidir sobre la probabilidad; pues no le es dado a la ciencia llegar a la verdad ni a la falsedad....

los enunciados científicos pueden alcanzar únicamente grados continuos de probabilidad, cuyos límites superior e inferior, inalcanzables, son la verdad y la falsedad".

Ya Luis Vives combina la teoría de la probabilidad con la inducción, de tal forma que, las verosimilitudes, conjeturas e hipótesis, permiten progresar a la ciencia más que la dialéctica escolástica; cobrando cada vez más importancia los razonamientos que no aspiran a la certeza, ni a la evidencia, conformándose con ser más verosímiles que los argumentos contrarios.

Paralelamente se produce el paso de la lógica bivalente a la plurivalente, Kant introduce de forma expresa y razonada una vía intermedia en su sistema lógico, mientras que Hegel incorpora el devenir o llegar a ser entre el ser y el no ser. Todo ello abre el camino de la lógica probabilística, así para la escuela subjetivista, es necesario relacionar la diversidad de posibilidades del mundo real con la lógica continua. Bruno de Finetti, considera la teoría de la probabilidad como una lógica polivalente en una escala de modalidades continua, superpuesta sobre una lógica de dos valores; lo que equivale a decir que para cada suceso se admiten sólo dos resultados y la infinidad de modalidades intermedias sirve para medir nuestra duda cuando aún no sabemos cuál de las dos modalidades

es la correcta. Lukasiewicz y S. Mazurkiewicz defienden igualmente una lógica de escala de modalidades continua, pero sin superponerla sobre una lógica de dos valores como hace de Finetti.

La lógica clásica es necesaria para todo razonamiento en el que hay sólo dos alternativas para cada suceso, ocurrir o no ocurrir; por el contrario, la lógica de una escala continua de valores se utiliza en los razonamientos en los que hay un grado de duda, un juicio de certeza o una estimación de la verosimilitud de un acontecimiento.

Según Poincaré, sin el cálculo de probabilidades la ciencia es imposible, ya que la probabilidad es la conexión entre ciertas condiciones matemáticas y el contenido pragmático o significado real del lenguaje científico, de los negocios, o de los medios de comunicación. Por eso, la inferencia estadística es una solución válida al problema de la inducción filosófica.

II.1 EL CONOCIMIENTO ESTADISTICO

Existen múltiples maneras de captar la realidad, una de ellas consiste en considerar que la vida es un conjunto de fenómenos de los que tenemos noción a través de sus concreciones. Como a lo largo de la existencia del hombre surgen reiteraciones que no son ocasionales, sino

aspectos particulares de una gama de fenómenos que aparecen de modo estable, la Ciencia Estadística tiene como objeto recoger de forma agrupada la información que se produzca de estos fenómenos. Los hechos aislados no son contemplados en el análisis estadístico.

En la sociedad contemporánea, poseer información es una aspiración general, pues su sistematización y análisis permite obtener leyes generales que posibilitan un mejor conocimiento de la realidad, sobre el que fundamentar y originar decisiones.

La Estadística utiliza dos caminos para potenciar la información a la que tenemos acceso, por un lado emplea un conjunto de proposiciones que sirven para tratar sistemáticamente a los sucesos ya acaecidos, esta parte de la estadística es la denominada descriptiva. Al otro procedimiento se le conoce como inferencia estadística. Es éste, un proceso que se da en términos de aleatoriedad y consiste en proyectar la información a ámbitos de aplicación más amplios que los inicialmente analizados.

Con él concretaremos una serie de hipótesis cuya validez se discute en base a contrastes o tests.

Un fenómeno se llama determinista si se concreta siempre en un mismo suceso y un fenómeno se considera aleatorio cuando no se puede asegurar cuál va a ser su comportamiento futuro, aunque las condiciones en las que se ve-

rifique sean siempre las mismas.

El procedimiento clásico para expresar leyes científicas consiste en la utilización de relaciones funcionales deterministas entre las magnitudes incorporadas en esta esquematización límite. La dificultad surge cuando no podemos eludir el uso de interacciones universales entre las diversas causas y circunstancias que influyen, dando lugar a que aparezcan la incertidumbre y la relación probable.

Cuando se pretende clasificar la información prospectivamente, es decir, recogiendo evidencias de sucesos que todavía no se han dado, pertenecientes a fenómenos aleatorios, aparece el azar. Asimismo, la información retrospectiva, que sea incompleta respecto a fenómenos que están ocurriendo en el presente o es inexacta para sucesos que se han dado en el pasado, produce aleatoriedad.

Los términos azar y aleatorio aparecen muchas veces juntos e incluso se utilizan como equivalentes, lo que es muy lógico, pues ambos hacen referencia al mismo aspecto en su origen. La palabra azar proviene del árabe az-zahr, que significa "el dado para jugar", y la expresión aleatorio procede del latín aleatorius, cuya acepción es "propio del juego de dados", además los dos aluden a la casualidad y a los sucesos fortuitos. Las manifestaciones de estos sucesos fortuitos, ya sea vía árabe o vía latina, implican un llamamiento a la probabilidad.

Otra interpretación consiste en expresar que no sabemos si el azar es un desorden objetivo o bien es fruto de nuestra ignorancia.

También hay definiciones más amplias del término azar, considerado como un proceso que no es algoritmizable.

La actitud del hombre frente al azar, se expresa diciendo que vitalmente sabemos cómo trabajar si existe azar, pues nos lleva a la utilización de una estrategia. Cuando nos referimos a la relación del observador con la realidad aparece el azar, debido a que el hombre genera aleatoriedad de información a través de su comportamiento y en particular con la toma de decisiones. El espíritu humano no se limita únicamente a observar, además es conceptualizador de la realidad y la posible perturbación entre observación y conceptualización es la causa del azar.

Finalmente subrayemos que el azar aporta lo que el determinismo oculta.

Vamos a comentar brevemente el término incertidumbre, ya que el azar comporta incertidumbre respecto de los procesos en los que interviene. Es difícil encontrar una definición que delimite el sentido de las expresiones utilizadas en el lenguaje común, como azar, aleatoriedad, incertidumbre, racionalidad, etc., pues su origen es muy

concreto en un marco de referencia específico y cuando se han pretendido aplicar a otros campos de actuación sin preocuparse de su formalización, aumentan las dificultades de su puntualización.

Diremos que la incertidumbre es la falta de certeza, entendiendo por certeza, el conocimiento seguro y claro de alguna cosa. También nos referiremos como incertidumbre a la diferencia de nivel entre la información que necesitamos o deseamos y la información disponible.

El ambiente de incertidumbre exige una llamada a la racionalidad y a la necesidad del pensamiento complejo, considerado como una estrategia que conduce al conocimiento.

Vamos a considerar que el punto de partida de toda investigación estadística es una situación real en ambiente de incertidumbre en la que recabamos información acerca de un colectivo o universo. Como ya hemos visto, la existencia de incertidumbre hace que el fenómeno observado o el experimento realizado, posea una variedad de resultados posibles, sin que sepamos con antelación cuáles van a ser sus concreciones en un momento dado. Por eso, para facilitar la obtención de inferencias estadísticas que permitan elegir las acciones idóneas, hay que reemplazar la lógica clásica por la lógica probable, lo que da lugar a un método de juzgar, prever y actuar.

Los modelos que emplearemos para explicar el mundo de los hechos van a ser probabilísticos, pues la probabilidad es un lenguaje que relaciona el modelo con los datos potenciales, sirviendo de puente entre la descripción de lo que ya ha pasado y la proyección al futuro que es la inferencia. La probabilidad mide, por tanto, el grado de aleatoriedad que se produce en ese paso; la cuestión que se plantea ahora es si resulta factible determinar tal medida y cómo calcularla.

La justificación lógica de la inferencia hace referencia al conocimiento cuando éste se encuentra en su etapa de desarrollo y por eso, alejado de su origen sensible, lo que está en consonancia con los fenómenos sociales que son el objeto de nuestro estudio, ya que no suelen ser experimentales en sentido estricto, sino más bien, observables nada más.

La inferencia estadística se plantea un triple objetivo, en primer lugar pretende disminuir el riesgo inferencial, pero sin llegar a evaluar las consecuencias del riesgo, porque esto sería ya la teoría de la decisión. La aleatoriedad que conlleva la elección de la muestra entraña el riesgo de que los datos muestrales se desvíen considerablemente de la realidad; para solucionarlo se deben emplear muestras grandes, lo que conduce a los mismos inconvenientes que la estadística de censos, como son el coste y el tiempo de obtener la información, la des-

trucción de los elementos encuestados, etc. La medida del riesgo se expresa en términos de probabilidad. El segundo objetivo de la inferencia estadística es el de la precisión de los datos muestrales, de tal forma que cuando el intervalo es menor, la precisión aumenta. Finalmente, está el objetivo de la economicidad, que aconseja la utilización de muestras pequeñas.

¿Se pueden conseguir los tres objetivos a la vez? No, ya que son incompatibles. Cuando usamos muestras grandes logramos disminuir el riesgo y aumentar la precisión, pero empeora la economicidad; si empleamos muestras pequeñas aumenta el riesgo y disminuye la precisión, aunque la economicidad mejore. Por eso, se fijan dos de los objetivos y las técnicas inferenciales determinan el valor del otro.

II.2 EL ORIGEN DE LA TEORIA DE LA PROBABILIDAD

En la conversación cotidiana se emplean los vocablos probabilidad y probable, con significados diferentes. Para Aristóteles lo probable es lo que ocurre con frecuencia, posteriormente se utiliza como equivalente a verdad, a continuación es considerado con apariencia de verdad o semejante a la verdad, y en el siglo XVII, lo probable se refiere a un punto intermedio entre lo falso y lo verdadero, entre la imposibilidad y la certeza.

De la palabra probable se deriva la de probabilidad. El interés del término probabilidad se ve incrementado por su conexión con el concepto de racionalidad, así P.S. Laplace escribe que los problemas más importantes de la vida son, por lo general, los que hacen referencia a la probabilidad. Cualquiera que pretenda la racionalidad en su toma de decisiones debe guiarse entre la incertidumbre mediante probabilidades. Va a ser un indicador numérico de oportunidades. Con la probabilidad se intenta realizar predicciones que estén justificadas por la evidencia y que a la vez sean verdaderas, por lo tanto, no debe identificarse el concepto de probabilidad con su medida numérica, ya que para tomar decisiones basta con que sean ordenables. Algunas de las concepciones de la probabilidad que vamos a analizar no contemplan la posibilidad de que la probabilidad sea cuantificable.

El origen de la probabilidad se asocia con los juegos de azar, pero es desconocido cuándo se inventaron éstos, ya que los más sencillos y simples son tan antiguos como la Humanidad. Lo que sí sabemos es que su uso se extendió por todas las civilizaciones debido a que proporcionan diversión y distracción, incluso llegaron a tener un sentido mágico, religioso o mítico, que impidió su relación con el cálculo matemático.

Según Ronald Fisher, el concepto de probabilidad matemática era desconocido para los griegos y los inves-

tigadores islámicos de la Edad Media, siendo la nobleza de Francia y de Inglaterra del siglo XVII, la que posibilita su desarrollo, pues posee una tecnología que les permite preparar instrumentos de juego con la suficiente precisión para aplicar cálculos matemáticos.

Cardano, en 1520, expresa la probabilidad en un juego de azar como una fracción que sirve para referir la parte al todo. Es además, el primero que utiliza la media aritmética de un conjunto de observaciones en lugar de emplear las observaciones simples, cuando el número de las mismas es grande, de tal forma que el número de ocurrencias de un suceso en n pruebas independientes es $\mu = nP$, siendo P la probabilidad constante de la ocurrencia de este suceso en una prueba.

Posteriormente, los matemáticos franceses Pedro Fermat (1601) y Blas Pascal (1623), construyen las bases de la teoría de las probabilidades, basándose en la formulación de Cardano.

Pascal, en su ensayo filosófico sobre las Probabilidades, dice:

"Podemos saber que de tres o de un número mayor de sucesos, sólo debe suceder uno, pero nada induce a creer que uno de ellos sucederá antes o mejor que los otros".

Con este estado de indecisión es imposible pronunciarse con certeza sobre un acaecimiento y para solucionarlo reduce todos los sucesos del fenómeno general a un número de casos igualmente indecisos sobre su existencia.

El físico, geómetra y astrónomo holandés Christian Huygens, recopila los trabajos de Pascal y Fermat en su obra "Application of Mathematical of Probability to expectation of human life", publicada en 1669; en ella desarrolla el concepto de esperanza matemática y aplica la teoría de la probabilidad en la construcción de tablas de mortalidad, rentas vitalicias, etc.

En la primera mitad del siglo XVII se produce la persecución de los protestantes en los Países Bajos y en Bélgica, con motivo de la Reforma. La familia Bernouilli se ve involucrada en estos hechos, por lo que huye de Amberes a Frankfort. Hablar de los Bernouilli produce cierta confusión, pues destacaron en matemáticas y en física nueve de sus miembros, y las referencias que a veces nos llegan de ellos es simplemente Bernouilli, sin especificar a quién se refiere.

El más interesante para nosotros es Jacobo Bernouilli, pues establece los principios fundamentales del cálculo de probabilidades y de la teoría combinatoria en su obra inacabada "Ars conjectandi", publicada en 1713. Su definición acerca de la probabilidad es la que hoy en día se considera clásica y la expresa como:

"Si existen n casos igualmente probables y que se excluyen mutuamente, de un suceso S , y entre ellos hay m favorables a un cierto acontecimiento A , la probabilidad matemática de A es el cociente m/n ".

Esta definición no fue del agrado de Leibniz, porque pensaba que tendría pocas posibilidades de aplicación práctica en los diferentes campos científicos, debido a la igualdad de posibilidades y a la garantía de independencia entre todas las ocurrencias.

Jacobo Bernouilli dirige una carta a Leibniz en 1703, en la que argumenta:

"Podemos determinar, por consideraciones a priori, en qué cuantía es más probable obtener la suma siete, al lanzar los dados, que la suma ocho; pero no podemos determinar, con tales procedimientos, la probabilidad de que un hombre de veinte años sobreviva a otro de cincuenta. ¿Será posible obtener este conocimiento a posteriori de haber observado un gran número de parejas de hombres, análogas a la anterior?"

Leibniz le contesta que el cálculo de probabilidad-

des es muy valioso, pero en las investigaciones estadísticas es necesario, aparte de los cálculos matemáticos, el enunciado preciso de todas las circunstancias que intervienen. La Naturaleza tiene sus hábitos, pero debido a la concurrencia de múltiples causas éstos no son generales e inmutables. Con todo, piensa Leibniz, los cálculos empíricos aunque sean inexactos, pueden ser adecuados en asuntos prácticos.

J. Bernouilli ante estas objeciones promete elaborar un procedimiento para estimar probabilidades a posteriori mediante una inversión de su teorema, pero no le da tiempo a realizarlo.

En la última parte de "Ars conjectandi" incorpora un teorema que intenta deducir medidas estadísticas a partir de probabilidades individuales, para ello supone que la probabilidad constante de un suceso es P , si al realizar la experiencia n veces, dicho suceso tiene lugar m veces, el cociente m/n se acerca tanto como se quiera a P , con tal de que el número n de pruebas sea suficientemente grande. Posteriormente a este teorema se le llamó ley de los grandes números.

La aportación del matemático Abraham de Moivre supone un gran avance para el cálculo de probabilidades, ya que es el primer autor que trata el azar como concepto. Las ideas deterministas de la Naturaleza de Galileo y Newton son superadas por de Moivre y Süßmilch, con su

teoría de la fluctuación y su opinión de que las magnitudes son aleatorias.

En 1711, A. de Moivre publica "De mensura sortis, seu, de probabilistate eventuum in ludis a casu fortuito pendentibus", en donde explica el teorema de la probabilidad compuesta y la aproximación de la distribución binomial a la normal. En 1718 edita "Doctrine of chances", que expone diferentes problemas referentes a juegos de azar, seguros de vida y aplicaciones de la probabilidad a cuestiones sociales.

Veamos cuáles eran sus ideas respecto a la ley de los grandes números:

"Si después de realizar un gran número de experimentos se percibiera que los éxitos y los fracasos aparecen en una cierta proporción... deberá concluirse que las probabilidades de éxito o de fracaso en otro tiempo distinto, serán muy próximas a esa proporción y que cuanto mayor ha sido el número de experimentos, más próxima a la verdad será la conjetura que se ha derivado de ellos. Pero supongamos que, no obstante, la racionalidad de construir conjeturas en base a observaciones, debido al gran poder del azar los sucesos pue-

den ocurrir, en grandes sucesiones de pruebas, en distinta proporción de la que tenían predisposición... se asigna entonces, ante las diferencias observadas, una valoración que esté más acorde con las conclusiones inferidas mediante experimentos".

En 1730, Abraham de Moivre publica su último libro, "Miscellanea analítica de Seriebus el Quadraturis".

Influenciado por Descartes, Leibniz y J. Bernoulli, el francés Denis Diderot (1713), en un artículo de su Enciclopedia, escribe:

"Nosotros podemos percibir más o menos las relaciones que pueden existir entre dos ideas, o la conveniencia de la una sobre la otra. Fundándonos en las condiciones que les liga y suponiendo que son todas ellas conocidas, vamos a obtener certeza; pero si no conocemos más que una parte de las condiciones, tenemos entonces una simple probabilidad que posee más verosimilitud cuanto mayor sea el número de condiciones de las que estamos seguros, siendo ellas las que formen el grado de probabilidad".

II.3 DESARROLLO DE LA INFERENCIA ESTADISTICA

El análisis estadístico inferencial comienza en 1752 con el método de Maupertius, ya que lo efectúa en ambiente de incertidumbre y con validez probable. Estudia una genealogía familiar a lo largo de cuatro generaciones en la que encuentra que poseían más dedos de los habituales. A partir de los datos y mediante inferencias formula un modelo hipotético con el que demuestra que tales anomalías no pueden ser atribuidas al azar. Maupertius era newtoniano, por eso calcula probabilidades directas y las utiliza como probabilidades inversas.

Los avances en el cálculo de probabilidades anima a los matemáticos a aplicar conceptos probabilísticos en el estudio de las diferencias en las observaciones. Así, Simpson en 1756, incorpora el concepto de distribución de errores, fijando como condición que las distribuciones deben ser finitas y de rango finito. Es además el primero que utiliza una distribución continua de forma triangular, con la que demuestra que la media aritmética es preferible a una simple observación; también deduce la probabilidad de un error dado para la media aritmética, en el caso límite.

II.3.1 El Teorema de Bayes

El matemático inglés R. Thomas Bayes continúa los trabajos de J. Bernouilli donde éste los había deja-

do. En 1763 obtiene la fórmula de la probabilidad inversa en base a probabilidades de causas desconocidas y determina la probabilidad de que la probabilidad de un suceso esté comprendida entre unos límites prefijados.

El análisis de Bayes es una apuesta por los procesos de inferencia en oposición a las técnicas que resuelven tipos particulares de problemas. Representa, por tanto, un intento de incorporar directamente toda la información, que está disponible y sea importante, al proceso inferencial referido a un estado subyacente de la naturaleza que necesitamos precisar, pues es incierto.

La utilidad de los estudios de Bayes se debe a que permite tener en cuenta de forma explícita conjeturas personales o subjetivas, a la hora de formular decisiones basadas en inferencias estadísticas; pues considera que a la experiencia se la puede asignar una cierta medida.

La técnica mediante la cual Bayes determina el estado de la naturaleza desconocido consiste en suponer que existe un conjunto de sucesos excluyentes entre sí y complementarios, que se consideran posibles. Con anterioridad se conoce que sólo uno de estos sucesos ocurrirá realmente, pero hay incertidumbre respecto a cuál de ellos será. En primer lugar se asigna una probabilidad a cada suceso en base a la evidencia disponible, estas probabilidades se conocen con el nombre de a priori. Aplicando el teorema de Bayes se obtiene una evidencia adicional que añadiremos

a las probabilidades a priori, con objeto de revisarlas y no de sustituirlas totalmente. Las probabilidades que resultan de este proceso se denominan a posteriori.

El método bayesiano puede expresarse diciendo que si la probabilidad a priori de un suceso es P , y consideramos a P como una variable que adquiere un valor determinado, tenemos una hipótesis cuya verosimilitud es:

$$\binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$$

después de haber observado x veces el suceso en n pruebas.

Siendo $f(P)$ la función de densidad de P , el teorema de Bayes proporciona la probabilidad a posteriori de que P esté entre dos valores P' y P'' .

$$P [P' < P \leq P'' / x] = \frac{\int_{P'}^{P''} \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x} f(P) dP}{\int_0^1 \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x} f(P) dP}$$

Como $f(P)$ está acotada, $f(P) = 0$, para P fijo y $\int_0^1 f(P) dP = 1$, por ser $0 \leq P \leq 1$. Por lo que la convergencia de las integrales de la expresión anterior queda asegurada.

Este método es más eficiente cuanto más evidencia proporcione respecto al estado futuro del Universo, disminuyendo de esta forma nuestra incertidumbre, pues el hecho de utilizar probabilidades a priori reduce la cantidad de información adicional, por ejemplo, tamaño de la muestra, necesaria para alcanzar un grado relativo de certeza

determinado. En cambio cuando no las tenemos en cuenta hay que aumentar la cantidad de información adicional para obtener el mismo nivel de certeza anterior. Esto hace que cuanto mayor sea el coste de adquirir información adicional, más valiosas son las probabilidades a priori.

Según Bayes, desde el momento en que la información más importante esté contenida en las suposiciones a priori, es poco acertado dejar de utilizarlas, especialmente cuando es muy costoso adquirir información adicional.

Si las probabilidades a priori fuesen objetivas, es decir, se conocieran con suficiente certeza como para que individuos diferentes las interpretasen de manera idéntica, los estadísticos las utilizarían de igual forma que se aplican en el método de Bayes, ya que éste difiere de los otros métodos fundamentalmente en el componente filosófico y no tanto en la parte metodológica en sí.

A veces se encuentran en el análisis de Bayes probabilidades a priori difusas, cuya representación son funciones de probabilidad rectangulares o uniformes, y tienen una varianza relativamente grande.

La función de probabilidad uniforme representa mediante un rectángulo, la equiprobabilidad de todos los valores posibles de la variable aleatoria, mientras que los valores exteriores al intervalo considerado tienen probabilidad cero. En el límite se estima que todo valor de

la variable aleatoria que tenga una verosimilitud cualquiera de ocurrir en una muestra no se desprecia de antemano, aunque juzguemos que tiene una probabilidad tan pequeña que se puede ignorar, ya que una probabilidad a priori cero implica una probabilidad a posteriori cero.

Por tanto, todo valor de la variable aleatoria que, con base en la evidencia adicional, tenga una probabilidad cualquiera de ocurrencia, aunque sea pequeña, se trata como igualmente probable por la función de probabilidad difusa.

La equiprobabilidad se ha interpretado por algunos autores como indicador de la ignorancia a priori del valor verdadero de la variable aleatoria, lo que lleva a la conclusión de que todo valor conceptualmente posible debe considerarse equiprobable hasta que una información adicional indique lo contrario.

El problema a resolver es si se puede expresar la ignorancia de una manera formal cualquiera; de todas formas, asignar probabilidades a priori iguales a todas las ocurrencias posibles de la variable aleatoria analizada, puede parecer un postulado positivo y no una expresión de ignorancia verdadera.

Otra justificación para usar probabilidades a priori iguales es que disminuye la posibilidad de discrepancia entre las suposiciones a priori y la información de la

muestra, disminuyendo así la desviación típica posterior de la variable aleatoria. Por lo tanto, la igualdad de las probabilidades a priori hace mínimo el error máximo. Se emplean probabilidades a priori difusas porque evitan una dependencia de los resultados respecto de la especificación a priori de los sucesos posibles. Las probabilidades posteriores se calculan a partir únicamente de la evidencia mostrada.

Finalmente se puede resaltar que una función de probabilidad a priori difusa no necesita ser exactamente rectangular, es suficiente con que asigne aproximadamente los mismos valores. Según esto, una evidencia muestral suficientemente grande tenderá a dominar sobre la función a priori. Lo que ocurre cuando la varianza a priori y la varianza muestral disminuye al aumentar el tamaño de la muestra.

La inferencia bayesiana asigna directamente probabilidades al espacio del parámetro, al margen de los valores que puede tomar el propio parámetro, incluso a la existencia de un valor verdadero del parámetro no se le tendría en cuenta, ya que no es observable.

En la toma de decisiones es conveniente utilizar el método de Bayes, pues permite la existencia de consecuencias explícitas y de costes identificables para obtener información, proporcionando la mayor ventaja posible de la información utilizable.

El teorema de Bayes ha suscitado muchas discusiones entre lógicos, probabilistas y estadísticos, pues algunos niegan su validez como instrumento de inferencia y limitan su aplicación para obtener un conocimiento lógico de los fenómenos del mundo, por el hecho de que en la fórmula se mide la probabilidad a priori que es un concepto matemático y no puede derivarse de ninguna otra concepción que lo sustituya.

Bayes se planteó desde el principio la conveniencia o no de sacar a la luz los estudios que había realizado, pues temía que su postulado pudiera no parecer racional a todos. Para superar las posibles objeciones introduce un experimento auxiliar para medir la probabilidad a priori y prefiere utilizar este artificio si con ello evita que en su razonamiento matemático haya cualquier cosa que origine polémica.

Su preocupación por ampliar el campo de aplicación del teorema hace que se cuestione caso por caso, el cálculo de un parámetro que puede ser imposible de obtener.

Según sir Ronald A. Fisher, sólo en algunas circunstancias bien especificadas, puede estar justificado el concepto de probabilidad a priori. Fisher no quiere excluir totalmente su admisión axiomática, pero la dificultad conceptual que de él se deriva le lleva a afirmar que no puede existir ninguna probabilidad a priori cuando se trata de determinar ciertas medidas de la naturaleza,

como por ejemplo el peso atómico de un elemento.

La probabilidad a priori interviene en el cálculo de la probabilidad a posteriori, sólo cuando un experimento auxiliar permite un procedimiento análogo al que Fisher llama argumento fiduciario o de confianza; tal es el caso del procedimiento de Student cuando determina en una muestra, la media y la varianza de la población. También admite Fisher que hay casos como por ejemplo en genética, en que la probabilidad a priori está innata en los mismos datos, es evidente que su medida se debe a la experiencia precedente y consiguientemente es una generalización inductiva.

Jeffreys utiliza un argumento similar al de Fisher para justificar a las probabilidades a priori. El principio de la probabilidad inversa; según él, ha contado con el más eficaz de los experimentos, el argumento crucial o decisivo de la inferencia, que es el valor creciente que adquiere la probabilidad proporcionada por la fórmula:

$$P(Q_r/\theta \cdot p) = \frac{P(Q_r/\theta) \cdot P(p/Q_r, \theta)}{\sum P(Q_r/\theta) \cdot P(p/Q_r, \theta)}$$

valor que tiende a la unidad cuando θ tiene una probabilidad pequeña en todas las hipótesis contenidas en el sumatorio del denominador, salvo la r -ésima y con la condición de que varias Q_r sean comparables, es decir, que sus probabilidades a priori no difieran demasiado. Con esta última condición, Jeffreys introduce el principio de indiferen-

cia, al que se oponen numerosos teóricos.

Para el astrónomo inglés, el teorema de la probabilidad inversa es lo mismo que el teorema de Pitágoras para la geometría, sin ella la inducción es imposible. Además, la probabilidad a priori puede ser medida válidamente de varias maneras, es suficiente y más que suficiente que todas las proposiciones consideradas tengan probabilidad positiva de su conocimiento inicial. El problema surge cuando se quiere efectuar la mejor selección para el proceso de razonamiento.

Jeffreys sustituye la noción común de "probabilidad a priori" por la de probabilidad preliminar, ya que la primera acepción es usada inadecuadamente por los lógicos que se sirven de ella en las proposiciones aceptadas independientemente de la experiencia.

La probabilidad preliminar se debe entender como la noción que se tiene o se adquiere de la experiencia y puede estar influenciada por información precedente. Posteriormente, Jeffreys aumenta la confusión entre a priori y preliminar cuando argumenta (16):

"A la probabilidad de los resultados del juego de dados, que si hablamos con propiedad no son probabilidades,

(16) JEFFREYS, H. "Scientific inference". p. 30.

sino verosimilitudes o si se quiere expectativas, se la llama frecuentemente probabilidad a priori".

La distinción entre expectativas y probabilidad está expuesta con gran precisión en "Statistica, teoría e metodi", de M. Boldrini.

Al igual que Bayes, el geofísico y astrónomo Jeffreys pretende evitar que la probabilidad a priori llegue a ser sólo un concepto matemático, en lugar de utilizarse como una información menos vagamente experimental. Su exigencia de que los Q_r de la fórmula de Bayes sean relativamente uniformes, supone una condición que prescinde de la incontenible y variable realidad.

II.3.2 La teoría de la probabilidad de Laplace

En el siglo XVIII aparecen enlazados al cálculo de probabilidades, estudios acerca de las diferencias finitas y la interpolación, debidos a Leibniz, Newton, Taylor, Cotes, Stirling, Euler, Nicole, etc. Las aplicaciones del cálculo diferencial a la geometría efectuadas por Euler y Juan Bernouilli, sirven de base a Buffón para plantear un problema de probabilidad geométrica en el que los casos posibles y favorables dejan de ser números finitos.

El matemático inglés Rogelio Cotes, en su obra "Opera miscellanea", refleja las investigaciones iniciales

de lo que más tarde sería la teoría de errores y elabora un método para determinar el valor más probable de un cierto número de observaciones, estableciendo el concepto de peso de una observación.

Daniel Bernouilli, en 1777, envía a la Academia de San Petesburgo una Memoria titulada "La elección más probable entre varias observaciones discrepantes y la formación, a partir de ellas, de la inducción más verosímil"; en ella explica que lo que sucede en el curso de una observación particular, escasamente lo conocemos "ex hipótesis", por eso, esta profunda ignorancia nos obliga a hablar de verosimilitud en lugar de verdadero y de más probable en sustitución de certeza. La afirmación de que esto sea siempre y en todas partes idéntico a la media aritmética, usualmente aceptada, es cosa que puede ser razonablemente puesta en duda.

Daniel Bernouilli formula, de forma clara y explícita, la teoría de la máxima verosimilitud, en el sentido de que las observaciones provienen de un sistema generador que las otorga máxima probabilidad. Al igual que sus contemporáneos está influenciado por la idea de que la distribución de errores debe tener rango finito y esto le lleva a utilizar una distribución semicircular que termina abruptamente en los extremos. Finalmente destacaremos que, en el párrafo 16 de su Memoria, expone la necesidad de establecer un principio de mínima varianza.

Basándose en el esquema lógico de Daniel Bernouilli y en las probabilidades directas, P.S. Laplace verifica, en 1789, la hipótesis de que los cometas pertenecen al sistema solar. La teoría clásica de los errores se va a apoyar con Laplace en la ley de los grandes números.

A mitad del siglo XVIII aparece el matemático y astrónomo francés Pedro Simón Laplace, al que en la mayoría de los tratados se le considera el creador del cálculo de probabilidades, debido a la precisión de sus métodos analíticos y al gran número de cuestiones estadísticas que desarrolla desde el punto de vista matemático y filosófico. Así por ejemplo, consigue una exposición más sencilla de los problemas de partición y de la teoría bayesiana sobre los límites de la probabilidad cuando el número de pruebas es grande.

Laplace juzga como extraordinario el avance producido por la Estadística, que empezó resolviendo problemas en los juegos de azar y ha llegado a ser uno de los más importantes objetivos del conocimiento. Partiendo de las observaciones permite establecer leyes y predecir, por tanto representa el fundamento de la ciencia.

En 1812 publica "Théorie analytique des probabilités", en donde amplía los estudios de Pascal y Fermat, consiguiendo aplicar la función generatriz a las probabilidades mediante algoritmos adecuados; también obtiene la demostración exacta del método de los mínimos cuadrados

que Legendre y Gauss habían expuesto de forma empírica.

La medida de la probabilidad de los distintos estados de un experimento va a basarla en la equiprobabilidad, de tal forma, que la probabilidad de un suceso vendrá dada por la relación entre el número de casos favorables y el número total de casos.

Laplace utiliza el principio de razón suficiente bajo una forma negativa, para justificar la equiprobabilidad de los sucesos. Considera la existencia de sucesos en los que no hay ninguna razón para que uno cualquiera de ellos se produzca más veces que los demás, lo que iría en detrimento de los otros; por lo tanto, al no encontrar razón alguna que explique una posible diferencia entre sus probabilidades y como nada es sin razón, debemos estimar que estos sucesos son equiprobables. Este razonamiento que permite pasar del desconocimiento absoluto a la equiprobabilidad ha recibido numerosas críticas, entre ellas destacaremos la de von Mises, quien se opone al axioma "ex nihilo, nihil", pues sostiene que no se puede llegar a conclusión alguna partiendo de la ignorancia.

En 1814, Laplace imprime "Essai philosophique sur les probabilités". Este libro refleja su pensamiento respecto de la certeza entendida como el límite ideal que el hombre espera conseguir en todos los campos de su actividad y expone las razones que le llevan a tener fe en el determinismo.

El hecho de que todo esté determinado afecta a la probabilidad impidiendo que pueda ser la propiedad de un suceso, convirtiéndola en una magnitud que depende del estado del conocimiento de un sujeto particular. La probabilidad queda relativizada pasando a ser el grado de certeza que mantendría un hombre que fuese razonable y que ajustase correctamente sus expectativas a la evidencia que posee.

El grado justificativo de creencia que utiliza Laplace respecto de la producción o no de un suceso en base a nuestra ignorancia o a nuestro conocimiento, es más ideal que real.

Es el matemático inglés Augusto de Morgan, quien expone con rigor el concepto de probable, interpretándolo como el estado de ánimo referente a algo que, debido a la falta de información, no tenemos certeza o conocimiento. De esto deduce que el grado de certidumbre de una proposición, es decir, su probabilidad, va a ser el grado de creencia con que se mantiene.

A la teoría de Laplace se le critica que no proporciona un criterio para decidir cuándo nos estamos enfrentando a un experimento de casos equiprobables. Además, a la hora de aplicarlo encontramos algunos inconvenientes:

1º) La definición de la probabilidad de un suceso

A como el cociente entre los casos favorables

y los casos posibles, $P(A) = NA/N$, incurre en circularidad, ya que todos los casos se consideran igualmente verosímiles y esto equivale a igualmente probables, por lo que el concepto a definir aparece en la definición. Además, en muchos casos hay gran dificultad para decidir qué alternativas son igualmente verosímiles, lo que representa graves problemas para determinar N y NA .

- 2º) Esta teoría sólo puede usarse para una clase limitada de problemas. Si por ejemplo, la probabilidad de obtener el 5 en un dado no equilibrado es $1/4$, no podemos obtener este número con la definición clásica.
- 3º) Aunque las ideas de Laplace parecen una necesidad lógica a priori, realmente usan de forma implícita la interpretación de la probabilidad basada en la frecuencia relativa.
- 4º) En muchos problemas, el número posible de resultados es infinito. En estos casos hay que introducir algún tipo de medida de lo infinito, ya sea una longitud o un área. De todas formas resulta difícil determinar la probabilidad de los diversos sucesos usando la concepción clásica en estas ocasiones.

- 5º) No tiene sentido hablar de la probabilidad de un suceso sin especificar con claridad el experimento correspondiente.

Un intento de solución para estos problemas es la aplicación del principio de Cournot. En 1843, Antonio Augusto Cournot termina la obra "Exposition de la théorie des chances et des probabilités", en la que desarrolla una serie de conceptos nuevos conducentes a dar una definición distinta a la clásica.

Laplace determina la equiprobabilidad de ciertos sucesos basándose en el principio de indiferencia; pero aunque este principio sirva para medir probabilidades, no proporciona un contenido empírico a las afirmaciones sobre la probabilidad. Para dar una respuesta a esta dificultad Cournot expresa que si en condiciones constantes se realizan m pruebas u observaciones, y un cierto suceso se presenta n veces, la probabilidad de ese suceso es el límite al que tiende el cociente n/m cuando m crece indefinidamente; además establece un principio, según el cual, un suceso cuya probabilidad es muy débil no se producirá. Por lo tanto, es necesario fijar un umbral por debajo del cual las probabilidades se consideran despreciables.

Los estudios de Borel permiten determinar ese umbral dependiendo de la naturaleza de los sucesos y con él conseguimos dar una significación empírica a las probabilidades insignificantes. Las dificultades aparecen

debido a que el principio de Cournot considera imposibles a los sucesos con probabilidad muy pequeña y sin embargo es lógico que alguno de ellos se produzca cuando analizamos una familia completa de sucesos, todos con probabilidad por debajo de un umbral fijado con anterioridad.

Estos inconvenientes no son exclusivos de Laplace, toda teoría basada en el concepto clásico de probabilidad se enfrenta con ellos, excepto el sistema de Fisher que consigue superarlos.

Coetáneos de Laplace y con gran influencia en él, fueron Legendre y Gauss. Legendre escribe en 1805, "Nouvelles Méthodes pour la Détermination des Orbites des Comètes", en su apéndice explica cómo al intentar llegar a conclusiones exactas partiendo de medidas de observación, obtenemos casi siempre un sistema de ecuaciones de la forma:

$$E_i = \sum_{j=1}^q b_j z_{ji} - x_i \quad (i = 1, 2, \dots, N > q)$$

Siendo b_j las incógnitas, E_i los errores, z_{ji} coeficientes conocidos y x_i medidas observadas.

Legendre (*) pretende estimar los q parámetros b_j , de tal forma que cada error se haga muy pequeño y los errores extremos se mantengan dentro de unos límites muy

(*) Legendre, puede aparecer citado también como Delambre, nombre que corresponde al autor en la vida civil.

estrechos, con independencia del signo. Para lograrlo propone un principio que minimiza la suma de los cuadrados de los errores E_i .

El principio de mínimo sugerido por Legendre es confirmado por el científico alemán Carlos Federico Gauss en su obra "*Theoria motus corporum coelestium*", editada en 1809, en donde expone de forma precisa cómo es la distribución de probabilidad de los errores E_i . El proceso que sigue, parte de una distribución uniforme a priori del parámetro de posición, se da cuenta de que la moda de la distribución a posteriori de N errores independientes es su media aritmética y llega a la conclusión de que la distribución de los errores, supuesta continua, tiene forma de campana invertida y la denominó curva normal.

Gauss analiza en profundidad los errores aleatorios en su obra de 1826, "*Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*"; veamos cuál es su argumentación, utilizando sus palabras:

"Determinar una magnitud por medio de observaciones es como un juego en el que hay riesgo de perder sin esperanza de vencer... La magnitud de la pérdida debe ser valorada con una función de los errores siempre positiva. Entre el infinito número de funciones que satisface estas condiciones parece natural

escoger la más simple, el cuadrado del error".

Según esto, el modelo lineal

$$E_i = \sum b_j Z_{ji} - x_i$$

es el más adecuado para precisar los errores obtenidos mediante muestras independientes de una población normal con media cero y desviación típica σ . Con Gauss comienza la teoría de la estimación.

El matemático francés Simeon Denis Poisson realizó una ampliación de las teorías de J. Bernouilli y de De Moivre. A los 18 años, publicó una Memoria sobre diferencias finitas, y a partir de este momento escribe multitud de libros, destacando el de 1837, "Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du Calcul des Probabilités". Sus estudios han sido el origen de los fenómenos Poisson y de las distribuciones que analizan los tiempos de espera en estos fenómenos.

Poisson, en "Recherches...", escribe:

"Las cosas de la naturaleza están sometidas a una ley universal que se puede llamar ley de los grandes números... esta ley es para nosotros un hecho general e incontestable, resultado

de experiencias que no se contradicen jamás".

El lenguaje empleado para describir estas ideas es exagerado y poco preciso, pero resalta que en medio del desorden aparente que supone el mundo del azar, existe un sistema de causas constantes que actúa siempre y se confirma en las largas series de hechos, resultando que los diversos sucesos ocurren en una determinada proporción de casos observados. Los argumentos que utiliza no explican si esta ley natural por él descrita, se basa o no en la experiencia, pero ponen de manifiesto una cierta armonía entre las probabilidades a priori y la ley universal.

Adolfo Quetelet (1796-1874), popularizó las ideas de Poisson incrementando el número de comprobaciones de la ley de los grandes números. La mayoría de las aplicaciones de esta teoría las realizó en el campo social, aunque utilizó la ley de los grandes números como si fuera un precepto de la física y por tanto, sin tener en cuenta la necesidad de un análisis o explicación posterior.

La conexión entre la teoría estadística y la teoría de la probabilidad se produce con Davidov al contrastar en 1855 la significación estadística de varias diferencias empíricas y por utilizar en 1885 el teorema límite de De Moivre-Laplace, para eliminar "deducciones inmaduras", es decir, datos iniciales sin verificación probabilística.

Wilhelm Lexis publica sus trabajos entre 1875 y 1879, en ellos desarrolla un método inferencial basado en probabilidades que son el resultado de consideraciones físicas y no de aspectos lógicos. Además, utiliza en su argumentación un conjunto de observaciones sobre varios grupos de sujetos a los que aplica distintas frecuencias respecto al carácter que se investiga.

Si denominamos z al número de observaciones realizadas, el cociente z_i/z indica cuáles de ellas pueden pertenecer al grupo i -ésimo con probabilidad a priori P_i . Dadas las frecuencias de todos los grupos, la probabilidad P para el grupo total agregado se obtiene como:

$$P = \frac{z_1}{z} P_1 + \frac{z_2}{z} P_2 + \dots$$

Cuando $P_1 = P_2 = \dots = P$, se dice que P es independiente y que satisface la condición de tener interpretación definitiva.

Lexis y su discípulo Bortkiewicz comprueban que la probabilidad tiene interpretación definitiva con independencia del espacio y del tiempo, y que no es una probabilidad promedio de una serie de grupos. Para demostrarlo separan el material estadístico en grupos cuyas características sean relevantes para la generalización buscada, esto da lugar a un número de frecuencias que se distribuyen en torno a su media, las diferencias entre las frecuencias y la media no son significativas, tenemos un argu

mento inferencial para considerar esa característica como irrelevante.

La aportación de Lexis consiste en el estudio de los diferentes tipos de dispersión de las frecuencias en torno a su valor medio, entre ellos encontró uno que llamó dispersión típica. Presupone que los valores individuales fluctúan aleatoriamente alrededor de un valor constante fundamental, siguiendo una ley normal de error, por lo tanto, habrá desviaciones sistemáticas grandes y desviaciones accidentales pequeñas. Con Lexis y Bortkiewicz comienza la teoría de la significación.

El matemático ruso Pafnuty Tchebycheff desarrolló en 1867, unas desigualdades respecto de la probabilidad de los valores que puede tomar una variable causal, de la que sólo conocemos su esperanza y su varianza. Ideó también un método denominado de los momentos para demostrar el teorema central del límite.

Los trabajos de Tchebycheff fueron completados y ampliados por su discípulo Markov y los de ambos por Liapounoff, que es el autor de la demostración de que la distribución aproximada de la probabilidad para sumas formadas por un gran número de componentes independientes con distribuciones casi arbitrarias, tiende a ser normal cuando el número de componentes tiende a infinito.

En 1854 nace el eminente astrónomo, físico, matemá-

tico y filósofo Enrique Poincaré, que es también un gran impulsor de la teoría de las probabilidades. Advertía Poincaré que la probabilidad presenta dos aspectos distintos, el primero es metafísico o lógico, pues legitima la variedad de convenciones, y el segundo es matemático, ya que aplica la misma convención a la regulación del cálculo. Su obra "Calcul des Probabilités", fue publicada en 1896, en ella se utiliza por primera vez sistemas de ejes coordenados rectangulares para medir conjuntos de figuras cualesquiera.

En el siglo XX hay varias escuelas de estadísticos y probabilistas, en la francesa destacan Lévy, Fréchet, Borel, Darmois, etc.; en la rusa Markov, Liapounoff, Tschuproff, Kolmogoroff, Bernstein, etc.; en la anglosajona K. Pearson, Yule, W.S. Gosset, R.A. Fisher, Jeffreys, Keynes, B. Russel, Kendal, Neyman, Nagel, Polya, etc.; en la escandinava Gram, Thiele, Charlier, Cramer, Wold, etc., y en la italiana Castelnuovo, Gini, De Finetti, etc.

II.3.3 Concepción frecuencialista de la probabilidad

La teoría clásica utiliza frecuencias para determinar probabilidades, pero no justifica rigurosamente su uso. Por eso, cuando se intenta aplicar a fenómenos distintos a los juegos de azar aparece la necesidad de complementarla con una interpretación que se fundamente en lo que ha venido ocurriendo hasta ese momento con el fenó-

meno estudiado. Históricamente se puede observar cómo las compañías aseguradoras comprobaron que no era igual de probable el incendio de una casa de madera en determinadas condiciones geográficas que en otras condiciones distintas, tampoco todos los modelos de barcos tenían la misma probabilidad respecto al número de siniestros, etc.

La teoría frecuencial de la probabilidad es la que utiliza con mayor eficacia la experiencia acumulada sobre cualquier investigación, debido a que conecta el neo-positivismo con el idealismo de Berkeley y permite resolver el problema de las relaciones entre los datos sensibles y los enunciados de objetos del mundo real. El medio que emplea para conseguirlo es una implicación probable definida como un valor límite de frecuencias relativas de ocurrencias de sucesos.

La evolución de la teoría frecuencialista ha sido considerable, extendiéndose por toda la ciencia. Hoy en día sigue teniendo vigencia, sin ella las empresas que hacen encuestas serían como adivinos y su trabajo resultaría inútil.

Anticipándose a la concepción frecuencialista, Locke considera que el argumento probable es una prueba que en su mayor parte comporta verdad, y posteriormente Leslie Ellis define la teoría de la probabilidad como una ciencia que se refiere a las cosas tal como realmente exis

ten, de tal forma que en una larga serie de ensayos todo suceso tiende a emplear las frecuencias relativas como probabilidades.

El primero que formula la interpretación frecuentista es Juan Venn, en su libro "Logic of Chance" encontramos la siguiente argumentación. Estamos acostumbrados a decidir nuestro comportamiento por la consideración de las ventajas y desventajas de cada parte, cuando las situaciones o circunstancias son de incertidumbre. Esto equivale a emplear la frecuencia observada o inferida con que una u otra alternativa se ha presentado, de tal forma que esta frecuencia influye en las conductas posteriores. Venn identifica explícitamente la probabilidad con una frecuencia límite.

También son esenciales los trabajos de Bertrand, Boole, Edgeworth, Peirce, etc.; todos ellos desarrollan aspectos lógicos y filosóficos de la estadística y de la teoría de la probabilidad. Para C.S. Peirce, la probabilidad nace de las argumentaciones más que de los sucesos, por eso se obtiene del número proporcional de veces que la argumentación conduce de premisas verdaderas a conclusiones verdaderas, estableciéndose mediante investigaciones empíricas los éxitos obtenidos a largo plazo.

Karl Pearson inicia la estadística inferencial al descubrir, en 1900, el test de la χ^2 , con este criterio

comprueba que la accidentalidad de las discrepancias entre los modelos teóricos y los datos empíricos era debido al azar del muestreo. A continuación desarrolla la teoría de la significación influenciado por las ideas de Lexis, proporcionando una respuesta al problema de la existencia de factores sistemáticos en los errores fenomenológicos de una sucesión de observaciones estadísticas.

La contribución de Karl Pearson a la estadística no es sólo a nivel teórico, sus aplicaciones al campo social, a los problemas de la herencia y a los eugenésicos quedan reflejados en más de 125 ocasiones, entre libros, artículos, memorias y trabajos; es asimismo el creador de la revista *Biométrica*. Su vida está perfectamente descrita en el libro "Inteligencia, energía y voluntad", del profesor argentino L. Gaspar.

William S. Gosset, de sobrenombre Student, comprueba que los postulados y esquemas teóricos diseñados para muestras grandes no tienen validez en muestras pequeñas, por lo que diseña un test que resuelve este problema y con el que se consigue dar un gran impulso a la inferencia estadística.

Pearson concentró su atención en la información suministrada por los datos, mientras que Gosset acude a la intuición con sentido crítico y antidogmático, lo que le lleva a valorar la probabilidad a priori como medio

de determinar las expectativas de que una constante se halle dentro de un intervalo prefijado.

Los frecuentistas emplean la noción de probabilidad solamente en fenómenos de masa cuyos sucesos sean uniformes y capaces de repetición. Por eso identifican la probabilidad de un suceso con su frecuencia de aparición en una serie de pruebas independientes prolongadas indefinidamente.

Esta definición no tiene en cuenta la frecuencia de las series finitas de pruebas en las que la frecuencia de un suceso suele diferir bastante de su probabilidad. Para solucionar este problema, los frecuentistas precisan que la probabilidad es el límite hacia el que tiende la frecuencia de un suceso en una serie infinita de pruebas.

De todas formas surgen dificultades a la hora de hablar de pruebas independientes y al tratar de justificar la idea de probabilidad constante de prueba a prueba, ya que utilizan la probabilidad para una serie considerada globalmente y no para cada prueba en particular. Asimismo se les objeta a los frecuentistas que el cálculo de probabilidades comprende el estudio de series de pruebas que no son independientes y en las que la irregularidad de resultados está atenuada, tal y como ocurre, por ejemplo, en las cadenas de Markov.

Ricardo von Mises evita estos inconvenientes estimando que la serie será aleatoria y las pruebas independientes en la medida que no podemos prever con antelación cuál va a ser el resultado, aunque analicemos resultados anteriores o nos basemos en el rango que tiene en la serie. Así, en su obra de 1919, "Probability, Statistics and Truth", mantiene que el concepto de probabilidad debe aplicarse únicamente a colectivos de sucesos que cumplan la condición de aleatoriedad y en los que se pueda observar la tendencia a converger de las frecuencias relativas a un parámetro determinado.

Se pregunta von Mises, ¿por qué definimos la independencia para distribuciones de probabilidad, en lugar de hacerlo para distribuciones de masa?, ¿cuál es la causa de usar variables?, ya que para él, la teoría de la probabilidad no pertenece a la ciencia matemática, pues no debemos suponer que la utilización de una terminología matemática sea suficiente para su inclusión en ella.

Justifica la presentación de la probabilidad en base a axiomas, debido a su facilidad para especificar la naturaleza de las hipótesis básicas y las relaciones idealizadas de la realidad. Siendo las hipótesis básicas, según él:

$$1^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{n} = p_i, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

n_i es el número de resultados correspondientes

a un valor dado del espacio muestral, entre los n primeros de la sucesión, con la hipótesis adicional:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

- 2ª) En la teoría de la probabilidad trataremos normalmente con sucesiones particulares que satisfacen la hipótesis anterior y para las cuales puede suponer que el límite frecuencial de un resultado a_i no depende del punto de elección. Si esto se verifica, el límite será la probabilidad $P(a_i)$ de hallar el resultado a_i en la sucesión considerada.

Los frecuencialistas como von Mises, E. Tornier y A. Wald, utilizan el término probabilidad refiriéndose al límite de la frecuencia relativa y sus alusiones a una verificación aproximada de la frecuencia, aunque sólo sea a nivel conceptual, no se refiere a la verificación tal como la entienden Kolmogorov, Cramer o Frechet.

Von Mises formula la condición que expresa la irregularidad de una serie de pruebas basándose en el concepto de colectivo. Siendo F una parte de E , diremos que una serie de pruebas es un colectivo para F si la frecuencia de los puntos respectivos de esta serie que pertenecen a F converge hacia un límite que es invariante para toda elección de posición y llamaremos probabilidad de F en

E a la frecuencia límite de F.

La condición de irregularidad de von Mises consiste en suponer que en un colectivo, todas las frecuencias son invariantes en cualquiera de las elecciones de posición. Consecuentemente, si una serie es un colectivo para F, la frecuencia límite de F en toda serie parcial obtenida por una elección de posición es igual a la frecuencia de F en la serie principal. Esta condición expresa la idea de que los colectivos excluyen todo sistema de juego, pero en el número de elecciones de posición, figuran las que sólo retienen elementos que pertenecen a F o elementos diferentes de F, sea cual sea F, excepto cuando F es una parte vacía de E, o cuando es el mismo E, pues en estos casos no hay colectivo ni probabilidad.

El conjunto de elecciones de posición tiene la potencia del continuo, ya que sólo una de ellas atribuye a F la probabilidad cero y otra que le asigna la probabilidad uno, el problema es que no se puede saber cuáles son sin conocer la serie. Hay, por tanto, un sistema de juego aunque sea desconocido por quien va a utilizarlo.

Cuando hablamos de la probabilidad de una parte F de E estamos suponiendo que en la serie de puntos representativos, la frecuencia de los que pertenecen a F converge; pero como el axioma de convergencia no tiene por qué verificarse para toda serie de puntos y toda parte

de E, no todos los sucesos tendrán necesariamente una probabilidad y por tanto, no podemos asegurar que está siempre definida una frecuencia límite en una serie de pruebas.

Los seguidores de von Mises conservan la definición de irregularidad de una serie a partir de la invarianza de las frecuencias en una elección de posición, pero intentan restringir el conjunto de las posibles elecciones de posición.

La teoría de von Mises ha recibido numerosas críticas, entre ellas destacaremos la de Cramer, para quien sus hipótesis básicas contienen una mezcla de elementos empíricos y teóricos que normalmente se evitan en las teorías axiomáticas modernas. Pero von Mises le replica que la mezcla empírico-teórica no puede eludirse en la ciencia matemática.

A.H. Copeland, en un artículo publicado en 1928 con el título de "Admissible numbers in the theory of probability", ciñe su estudio al caso en que el espacio de marca se reduce a dos puntos: el cero y el uno. Establece la existencia de series en las que las frecuencias son invariantes en un conjunto de selecciones cuyo cardinal es igual al enumerable.

Resultados más fuertes son los obtenidos por A. Wald, pues establece las condiciones para que existan

colectivos. Así, si E es el espacio de marca, F una familia de partes de E , S un sistema de selecciones que contienen la selección que retiene a todos los términos de una serie y C una serie de n elementos de E , diremos que C es un colectivo respecto a S y a F , cuando satisface las siguientes condiciones:

1º) Sea cual sea G , con $G \in F$, está definida la frecuencia límite de los elementos de C que pertenecen a G .

2º) Esta frecuencia es invariante para todas las selecciones de S .

En el caso de que E sea finito o enumerable y definimos sobre $\mathcal{P}(E)$ una medida totalmente finita, A. Wald demuestra que existen colectivos relativos a $\mathcal{P}(E)$ y a toda familia enumerable tal que las probabilidades de los elementos de $\mathcal{P}(E)$ son precisamente las que les asigna la medida escogida. Por el contrario, cuando S es enumerable y E tiene la potencia del continuo, no existe colectivo relativo a S y a $\mathcal{P}(E)$.

J. Ville demuestra que no hay colectivos relativos a una familia de partes que comprendan todas las intersecciones infinitas de abiertos de R . Por eso, el campo de los sucesos probabilizables en la teoría del colectivo definida por Wald es más restringido que el campo de los sucesos probabilizables en la teoría clásica.

El teorema de J. Ville permite construir un colectivo en el que la frecuencia tienda hacia su límite de un modo unilateral. Estima como colectivo, es decir como irregulares, ciertas series que la teoría clásica no considera aleatorias y que el buen sentido impide considerarlas así.

A. Church comprueba que la definición del colectivo es coherente si se limita a funciones recursivas generales en el sentido de Turing. Esta relativización de la noción del colectivo implica una concepción restrictiva de la idea de irregularidad que obliga a otorgar privilegios a un cierto tipo de leyes simples o leyes formulables en un lenguaje determinado, introduciéndose una discriminación entre los fenómenos, no en base a lo que son sino a partir de lo que nuestro modo de conocer nos permite captar de ellos. En consecuencia, la teoría del colectivo no elimina el elemento subjetivo que reprochaban a la definición de probabilidad de Laplace.

Hans Reichenbach amplía el campo de aplicación de la teoría del colectivo, pues suprime los requisitos de la irregularidad de las series y conceptúa a la probabilidad como una noción lógica que va ligada a la introducción de un nuevo conector del cálculo de proposiciones. Debido a los trabajos de G. Boole podemos sustituir en la teoría de probabilidades los sucesos por proposiciones que afirmen que esos sucesos se han producido o se producirán.

Reichenbach, para definir el concepto de probabilidad, debilita las implicaciones universales del cálculo de predicados. Para ello considera dos clases A y B, y dos series de variables X_n e Y_n entre las cuales existe una biyección tal que $X_n \in A$ e $Y_n \in B$. Las formulaciones de la probabilidad son una implicación general entre enunciados que reflejan la pertenencia a una clase de los elementos de ciertas series dadas.

Para todo n, tal que $X_n \in A$, implica el grado de probabilidad P de que $Y_n \in B$. Esta implicación probable puede expresarse de forma abreviada como $A \xrightarrow{P} B$, siendo P un funtor numérico que hace corresponder un número a una pareja de clases.

Reichenbach presenta la probabilidad como una generalización del concepto de implicación al que añade unos grados o jerarquías, por eso la probabilidad no es un conector que enlaza proposiciones sino series de proposiciones que deberán ser de un tipo particular.

La dificultad más importante con la que se encuentra este sistema a la hora de aplicarlo, es que no precisa si la implicación probable está definida desde el momento en que tenemos una pareja de clases o es necesario apoyarse en las dos clases y en dos series de elementos.

Las reglas de uso o axiomas enunciados por Reichenbach son:

- a) Axioma de la univocidad, según el cual el grado de implicación probable está unívocamente determinado cuando se dan dos clases A y B, teniendo en cuenta que ciertos elementos de la primera serie que escogemos pertenecen a la clase A.

$$\forall n \mid x_n \in A \text{ y } P_r \neq P_s \Rightarrow [(A \xrightarrow{P_r} B) (A \xrightarrow{P_s} B)] \in A^C$$

- b) El segundo axioma se basa en que $P(A,B)$ designa la probabilidad de que un elemento de A pertenezca a B y consiste en lo siguiente:

Si $P(A,B)$ y $P(A,C)$ están definidos y si las clases A, B y C cumplen que $(A \cap B \cap C)$ es el vacío, entonces $P(A, B \cup C)$ está definida, siendo:

$$P(A, B \cup C) = P(A,B) + P(A,C)$$

- c) El tercer axioma dice: si están definidos $P(A,B)$ y $P(A \cap B, C)$, también lo está $P(A, B \cap C)$ y existe una aplicación de $R \times R$ en R , tal que para todas las clases A, B y C se tiene que:

$$P(A, B \cap C) = f[P(A,B); P(A \cap B, C)]$$

siendo f una función producto.

Basándose en estos axiomas, que en lo esencial son semejantes a los axiomas clásicos de probabilidad, Reichenbach demuestra que P toma valores en el intervalo $[0,1]$, y que si $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A,B) = 0$.

El cálculo de probabilidades frecuentista exige a Reichenbach que identifique la probabilidad con una frecuencia-límite, por eso propone una nueva definición. Si para una pareja de series X_n e Y_n la frecuencia relativa tiende hacia un límite P , cuando n tiende a infinito, el límite P es llamado probabilidad de A en B , en esa pareja de series.

$$P(A,B) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(A,B)$$

siendo $F_n(A,B)$ la frecuencia relativa de las A que son B en una sección de n términos. La expresión probabilidad de A en B , tiene, según este autor, la ventaja de mostrar que se va de lo conocido a lo desconocido.

Posteriormente, Reichenbach aplica la definición de probabilidad a series proposicionales cualesquiera, es decir a funciones proposicionales que dependen exclusivamente de una variable numérica. La implicación probable tendrá por argumentos no a las series proposicionales, sino las expresiones formales que las traducen en términos de frecuencia de verdad. Con ello consigue que la noción de probabilidad se obtenga a partir del concepto de verdad.

La definición propuesta por Reichenbach y la que mantienen los otros matemáticos frecuentistas se diferencian en que Reichenbach autoriza el uso del término probabilidad siempre que se defina una frecuencia-límite,

incluso si las series consideradas no son irregulares. Para justificar su punto de vista, de tal forma que no esté en contradicción con que la mayor parte de las demostraciones del cálculo de probabilidades se consiguen bajo el supuesto de ciertas condiciones de irregularidad, Reichenbach se basa en que la teoría de probabilidades comprende el estudio de series que presentan regularidades parciales tales como las cadenas de Markov y además hay continuidad desde las series irregulares a las series regulares.

La crítica a la doctrina de Reichenbach se centra en que es imprecisa, pues considera que la obtención de una pareja de clases basta para determinar la probabilidad. La noción de clase no está precisada del todo, ya que según los casos se puede hablar de clases de objetos observados definidos por una propiedad, de clases de proposiciones que son consecuencia de una hipótesis, de clases de hipótesis o de teorías, etc. Esto hace que un mismo suceso, como puede ser la muerte de un individuo determinado en un plazo dado, tenga probabilidades diferentes según la clase a la que se refiera, ya sea la clase de los individuos de la misma edad o la clase de los individuos con el mismo estado de salud, etc. Reichenbach escoge como clase de referencia, la clase más pequeña para la que puedan reunirse estadísticos dignos de confianza; tampoco dice cómo elegir entre dos estimaciones de probabili-

dad, una obtenida a partir de un recuento estadístico restringido y que tiene en cuenta múltiples caracteres, mientras que la otra se consigue de un recuento más largo, pero incorporando menos caracteres.

Según B. Russel, para que esta definición de probabilidad fuera aplicable habría que enunciar un principio riguroso que determinase el orden en que deben ser elegidos los términos de la clase, lo que permitiría pasar de las clases a las series. Según Reichenbach, el orden de elección es el temporal de las observaciones, por lo tanto, su teoría queda excluida de la teoría de la probabilidad y se convierte en un estudio de la naturaleza.

Los frecuentistas de principios de este siglo son R.B. Braithwaite, H. Neyman, Harold Cramer, Egon Pearson, R.A. Fisher, etc. Braithwaite, en su libro "Scientific Explanation", presenta un modelo conceptual en el que la probabilidad de la relación entre un suceso A y un suceso B es un parámetro del modelo, este parámetro se acepta o rechaza según las observaciones obtenidas de A y B. Las observaciones se consiguen mediante extracción de muestras.

Ronald A. Fisher continúa la búsqueda de métodos inferenciales empezada por Lexis, Pearson y Gosset. Su intención es conseguir procedimientos de investigación que sean objetivos, para lograrlo diseña instrumentos estadísticos que extraen la información óptima de los resul-

tados experimentales. Las técnicas que emplea son semánticamente neutras, eliminan lo subjetivo y consiguen muestras completamente aleatorizadas.

A Fisher se deben una teoría de la significación y un criterio de máxima verosimilitud que sirven para encontrar la credibilidad adecuada en el paso inferencial de la muestra a la población. Con estos conceptos se pueden estimar los parámetros desconocidos de una población y valorar las hipótesis respecto a la información muestral.

Más controversia que el criterio de máxima verosimilitud provoca Fisher con el argumento de la inferencia fiduciaria, lo esboza en un artículo de 1925, "Theory of Statistical estimation", de Cambridge Philosophical Society XXII, págs. 700-725; posteriormente lo desarrolla en un artículo de 1930, "Inverse probability", también en Cambridge XXVI, págs. 528-535.

En un artículo que M.G. Kendall escribió en conmemoración de Fisher, en "Biométrica", 1963, pág. 4, vemos reflejadas las dos concepciones, como tests de estimación y como criterio de selección de hipótesis, que Fisher daba a la inferencia fiduciaria:

"A mi parecer, su idea no está bien meditada y su exposición es oscura. Pero, en retrospectiva, está claro que

él tenía en mente una función de probabilidad $f(X, \theta)$ bajo dos aspectos diferentes, como distribución de probabilidad de X para un dato θ , y como un margen permitido de θ para un X conocido. Si nos fijamos, a esta segunda acepción primero la denomina distribución fiduciaria de probabilidad y más tarde sólo distribución fiduciaria. Dando lugar a confusión, ya que... en ella no se advierte ninguna distribución de probabilidad, ni siquiera es del todo una distribución".

La metodología de Fisher contrasta las hipótesis una a una, sin tener en cuenta la hipótesis alternativa. Herzy Neyman, en 1926, idea un proceso inferencial que contempla una pluralidad de hipótesis disjuntas y rivales. En colaboración con Ergon S. Pearson, hijo de Karl Pearson, desarrolla una teoría de los test de hipótesis que distingue entre estimación de parámetros y el contraste de hipótesis, siguiendo las directrices de Braithwaite, pero considerando las afirmaciones en términos de probabilidad como hipótesis estadísticas apoyadas nada más que en evidencias observadas, de tal forma que para saber si son o no ciertas, hay que realizar una investigación empírica.

En todos estos razonamientos no se ha resuelto satisfactoriamente el problema de la relación entre un límite-frecuencia y una probabilidad. El geómetra italiano Castelnuovo nos previene de las posibles inexactitudes que se derivan del planteamiento frecuencialista; según él, el cálculo matemático debe servir para predecir la frecuencia partiendo de la probabilidad y no al revés. Considera que la regularidad de los hechos es una de las posibles manifestaciones de la regularidad clasificatoria, por lo tanto, es válida para describir el pasado, pero no para predecir el futuro a menos que se formule axiomáticamente como una hipótesis de trabajo.

A. Papoulis estima que (17):

"Definir la probabilidad de un suceso A como $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$ es una hipótesis sobre la existencia de ese límite y no una cantidad obtenida experimentalmente".

El concepto de frecuencia relativa es esencial en la aplicación de la teoría de la probabilidad al mundo físico, pero en un experimento físico el número de pruebas n , aunque sea grande, debe ser siempre finito y el cociente $\frac{n_A}{n}$ no puede aproximarse al valor de la probabilidad de A. Por eso, el frecuencialismo no es estrictamente ve-

(17) PAPOULIS, Athanasios. "Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos". p. 9.

rificable ni falsable.

Otro supuesto implícito en esta concepción, es la estabilidad de las frecuencias relativas a lo largo del tiempo, lo que no es siempre asumible; pensemos, por ejemplo, en el porcentaje de personas que se curan cada año de una determinada enfermedad, este porcentaje no tiene por qué mantenerse con el tiempo, de hecho la mejora de la sanidad hace que aumente. Lo mismo ocurre con los fenómenos estudiados por las ciencias sociales, ya que a lo largo del tiempo cambia el marco en el que se desarrollan.

Los fenómenos aleatorios de carácter social y económico suelen ser no observables, excepto si admitimos la cláusula "coeteris paribus", que impide la modificación del modelo explicativo empleado. Es necesario otro método para determinar la probabilidad que esté desvinculado de la experimentación, no porque ella se oponga al concepto, sino por no ser asequible.

II.3.4 La noción Logicista de la Probabilidad

La probabilidad intuitiva, lógica o necesaria, se debe a J.M. Keynes, H. Jeffreys, B.O. Koopman, R. Carnap, etc., siendo el iniciador de su estudio matemático G. Boole. Esta acepción de probabilidad es una generalización de la lógica, de tal forma que si tenemos dos proposiciones, una denominada experiencia (e) y otra hipótesis (h),

la probabilidad que las relaciona es la medida en que la primera confirma a la segunda.

Es importante observar que la relación lógica de probabilidad no dice nada respecto de la credibilidad de la evidencia, ya que es una relación objetiva entre proposiciones, sentencias o declaraciones, y la determinación de los grados de confirmación se realiza con independencia de juicios personales, creencias, etc., mediante reglas de lógica inductiva.

$C(h,e)$ es el grado de confirmación de la hipótesis sobre la base de evidencias. La probabilidad lógica no puede tener representación significativa fuera de la evidencia, el problema surge al ser imposible garantizar que evidencias distintas de una misma hipótesis den lugar a grados de confirmación idénticos. ¿Cómo asignar un valor aceptable universalmente y no ambiguo para $C(h,e)$?

Las reglas que determinan el grado de confirmación no deben permitir que el evaluador utilice ningún juicio aparte de la evidencia y obligatoriamente cumplirán internamente la consistencia o no contradicción, para evitar posibles indeterminaciones.

El primero que formuló explícitamente la interpretación lógica de la probabilidad fue Juan Maynard Keynes. Según él, siempre es posible deducir una proposición desconocida de otra conocida con un grado de certeza, pudien-

do pasar del desconocimiento completo a la evidencia absoluta. La sustitución que hace Keynes de la palabra suceso por la de proposición, es más que un simple cambio verbal.

En 1921 escribe "A Treatise on probability", el primer capítulo incluye la frase de Leibniz: "yo he dicho más de una vez que es necesaria una nueva clase de lógica que trate los grados de probabilidad". Keynes expone una teoría de la probabilidad basada en una relación lógica entre proposiciones y definida en términos de grados de creencia racional. Utilizando sus palabras (18):

"Para que podamos tener una creencia racional en P de un grado de probabilidad inferior al de certeza, es necesario que conozcamos un conjunto de proposiciones h y también alguna proposición secundaria q que afirme una relación de probabilidad entre P y h ".

Según Keynes, entre dos series de proposiciones existe una relación en virtud de la cual, conociendo la primera, podemos atribuir a la segunda un cierto grado de creencia racional; siendo esta relación el argumento sustancial de la lógica de la probabilidad.

El grado de creencia racional representa la con-

(18) KEYNES, John Maynard. "A treatise on probability". p. 16.

fianza que es razonable asignar a la deducción que nos lleva del conjunto de proposiciones conocidas a las desconocidas y que aparece por comparación con un cuerpo de evidencia.

Los términos cierto y probable expresan los diferentes grados de creencia racional que hay en una proposición, en base a la información poseída. Todas las proposiciones son verdaderas o falsas, por eso, la idea de probabilidad está siempre relacionada con un núcleo de conocimiento y no es una característica objetiva de la proposición misma.

En este sentido, Keynes añade que la probabilidad puede ser una opinión subjetiva, pero sin someterse al capricho, debiendo referirse al conocimiento objetivo del sujeto. Con esta argumentación pretende justificar el carácter lógico, es decir racional, cognoscitivo y no psicológico de su teoría.

Keynes no llega a definir formalmente a la probabilidad, se limita a explicarla como concepto, de esta forma (19):

"Si un conocimiento de h justifica una creencia racional en a de grado α , decimos que hay una relación probabi-

(19) Op. cit. Primer capítulo.

lística de grado α entre a y h , de tal forma que $a/h = \alpha^n$.

Las probabilidades no son en general, numéricamente medibles, y las que lo son forman una clase especial; debido a que en algunas probabilidades es necesario evaluar múltiples consideraciones que no pueden medirse según un patrón común, no habiendo posibilidad de determinar si una conclusión es más probable que otra.

Para describir las probabilidades se basa en un esquema geométrico en el que se eligen dos puntos del plano que representan el cero, la imposibilidad, y el uno, la certeza. Las probabilidades numéricamente medibles son las que están sobre el segmento que va de cero a uno, mientras que las no medibles se sitúan en caminos curvos que van de cero a uno.

De dos probabilidades que estén en el mismo camino, podemos decir que la más cercana a uno es la mayor, pero es imposible comparar probabilidades de caminos diferentes, excepto si se intersectan. Esto hace que una probabilidad pueda no ser mayor, menor o igual a otra.

Para elaborar la concepción lógica de la probabilidad, Keynes se apoya en la lógica deductiva. La lógica es, para él, una ciencia teórica cuyo objetivo no es el juicio, sino la proposición incorporada al juicio o su expresión lingüística, siendo la determinación de las le-

yes relativas a la no-contradicción de un sistema de proposiciones, su aplicación más importante.

La idea de no-contradicción transporta las proposiciones al dominio de lo probable, por eso llamaremos opinión a la asignación de una probabilidad a una proposición. El problema surge cuando se quiere dar contenido a la idea de coherencia de un sistema de opiniones.

Supongamos que las probabilidades asignadas en un sistema de opiniones son cocientes de apuestas, absolutas o condicionales según la naturaleza de las opiniones. Diremos que un sistema es coherente si no existe ninguna disposición de las apuestas que lleve a una pérdida inevitable al sujeto que la adopte, ya que consideramos a un sujeto como incoherente en sus opiniones cuando apuesta a tasas tales que sus adversarios tienen certeza de ganarle.

Sea S una cantidad cualquiera (positiva, negativa o nula), que denominamos apuesta, h es una fórmula y P un número comprendido entre cero y uno. Un sujeto x que juegue sobre h la apuesta S al cociente P , pierde PS si h es falsa y gana $(1-P)S$, si h es verdadera. La razón $(1-P)/P$ es la tasa de la apuesta.

Con este planteamiento Keynes sustituye la noción difusa de racionalidad de los grados de creencia por el concepto preciso de coherencia de un sistema de opiniones.

Aunque la concepción de Keynes otorga gran importancia a la coherencia y a la lógica, por sí misma no llega a condiciones de aplicabilidad, pues no encuentra instrumentos que asignen una correcta y no arbitraria valoración de la probabilidad.

Es criticado asimismo por emplear un principio de uniformidad de la naturaleza, según el cual, los caracteres referidos a la localización espacio-temporal de un objeto no determina la posesión de una propiedad por parte del objeto. Esto implica que si hay leyes que conecten las propiedades de observación, son válidas para todos los puntos del tiempo y del espacio.

En la teoría de H. Jeffreys se pueden reconocer puntos de contacto con el subjetivismo, pues aunque no llega a dar una definición formal de la probabilidad, según él, no se corre ningún riesgo al decir que la probabilidad expresa un grado de creencia racional. Es además, partidario de emplear la probabilidad inversa, ya que está respaldada por el argumento crucial o decisivo de la inferencia estadística, es decir, el valor creciente que adquiere la probabilidad proporcionada por la fórmula de Bayes.

Para Jeffreys la probabilidad o grado de confirmación de la proposición q , dada la hipótesis p , viene expresada como $a = P(q/p)$. Como la formulación proposicional

tiene carácter cualitativo, es necesario que se cumplan tres postulados con los que poder pasar a la cuantificación:

a) Dada la hipótesis p y las dos proposiciones q y r , la primera proposición será más probable, igualmente probable o menos probable que la segunda; teniendo en cuenta que las tres opciones se excluyen alternativamente.

b) La relación de diferente o igual probabilidad es transitiva, de manera que si $P(q/p) \geq P(r/p)$ y también $P(r/p) \geq P(s/p)$, tendremos que:

$$P(q/p) \geq P(s/p)$$

c) Si dada la hipótesis p , las proposiciones q y r se excluyen entre sí, e igualmente se excluyen las proposiciones q' y r' , $q \vee r$ y $q' \vee r'$ son confirmadas por p .

Jeffreys es el primero que intenta construir una teoría de la confirmación de la inferencia basándose en el concepto de simplicidad. Este concepto lo aplica a familias enumerables, expresando las leyes como relaciones funcionales que enlazan un número finito de magnitudes físicas, denominando al conjunto de relaciones posibles, familia completa de hipótesis.

Esto le permite a Jeffreys asignar una probabilidad

finita a cada una de las relaciones, pero las magnitudes físicas que emplea son variables que normalmente toman valores reales y como el conjunto de las aplicaciones de R^n en R con valor constante tienen una potencia superior al continuo, parece lógico atribuir una probabilidad nula a cada relación funcional $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = K$.

La solución de este problema pasa, según Jeffreys, por trabajar con relaciones expresadas en forma de ecuaciones diferenciales de orden y grado finito, con coeficientes enteros o racionales. Por derivaciones sucesivas se expresarían de esta forma la mayor parte de las leyes físicas y para devolverlas a su forma primitiva habría que determinar constantes de integración a través de las técnicas estadísticas de estimación de parámetros.

El método de Jeffreys es menos restrictivo que el de Keynes y está más próximo a la práctica concreta de la ciencia, las leyes que utiliza son enlaces funcionales y no implicaciones universales entre predicados de observación. El inconveniente que tiene es que su campo de aplicación es restringido, pues no todo conocimiento científico puede expresarse mediante enlaces funcionales, además la búsqueda de estos enlaces requiere haber definido las magnitudes y sus procedimientos de medida.

I.J. Good, en 1950, publica "Probability and Weighing of Evidence", donde desarrolla un concepto de probabilidad próximo al de Keynes y Jeffreys, que es axiomáti-

co, subjetivo, basado en los grados de creencia y no numérico; ya que según él, lo máximo que se puede obtener de la probabilidad es que asigne a un suceso una valoración mayor o menor que a otro.

Bernardo O. Koopman es el continuador de las teorías de Keynes y de De Finetti, aunque su axiomática es completamente diferente a la empleada por ellos. En 1940 publica "The Bases of Probability" e "Intuitive probability and sequences", donde define la probabilidad como una relación lógica entre proposiciones del tipo "no más probable que" y "no menos probable que", que es una concepción cualitativa u ordinal.

De las proposiciones, sólo va a utilizar las que pueden ser contempladas, ya que posibilitan una definición de probabilidad y de ellas selecciona la subclase de proposiciones experimentales, porque pueden verificarse empíricamente y cubren todos los casos clásicos de la probabilidad matemática, además de muchos otros.

Los axiomas que propone Koopman, teniendo en cuenta que a , b , h y k son proposiciones experimentales, se pueden resumir en seis:

1º. Axioma de verificación: Si k implica b , entonces a en la hipótesis h no es más probable que b en la hipótesis k .

2º. Axioma de implicación: Si a en la hipótesis

h no es más probable que b en la hipótesis k y h implica a , entonces x implica b .

3°. Axioma de reflexividad: Si H equivale a k y la conjunción o producto lógico entre a y h equivale a la conjunción entre b y k , entonces a en la hipótesis h no es más probable que b en la hipótesis k .

4°. Axioma de transitividad: Si a en la hipótesis h no es más probable que b en la hipótesis k y b en la hipótesis k no es más probable que a en la hipótesis I , entonces a en la hipótesis h no es más probable que e en la hipótesis I .

5°. Axioma de antisimetría: Si a en la hipótesis h no es más probable que b en la hipótesis k , entonces a en la hipótesis k no es menos probable que b en la hipótesis k .

6°. Axiomas de composición: Teniendo en cuenta que a_1 implica b_1 y ésta a su vez implica e_1 y que a_2 implica b_2 , que a su vez implica e_2 :

a) Sea a_1 en la hipótesis b_1 no más probable que a_2 en la hipótesis b_2 y b_1 en la hipótesis c_1 no es más probable que b_2 en la hipótesis c_2 , entonces a_1 en la hipótesis e_1 no es más probable que a_2 en la hipótesis c_2 .

b) Sea a_1 en la hipótesis b_1 no más probable que b_2 en la hipótesis c_2 y b_1 en la hipótesis c_1 no más probable que a_2 en la hipótesis b_2 , entonces a_1 en la hipótesis c_1 no es más probable que a_2 en la hipótesis c_2 .

Con estos axiomas y con algunos más que consigue demostrar, Koopman forma un sistema completamente ordenado por la relación "no más probable que", y con él deduce todos los teoremas de probabilidad.

Carnap reprocha a Keynes y Jeffreys el no haber tenido en cuenta la estructura del lenguaje y de ahí se derivan todas las dificultades y contradicciones de sus teorías. Para superar estos problemas, Carnap emplea el principio de variedad limitada, que afirma que todo sistema de proposiciones de la ciencia experimental es axiomatizable, es decir, que sean cuales sean los hechos recogidos, es posible construir una representación científica que los tenga en cuenta a través de leyes deducibles de un número finito de principios.

El principio de variedad limitada refleja una condición de intelegibilidad del universo, pero las propiedades de observación consecuencia de él, constituyen un álgebra de base finita expresado en un lenguaje diferente al que se emplea para justificar la inferencia.

En la obra fundamental de Carnap, "Logical Founda-

tions of Probability", renuncia en principio a definir un grado de justificación de la inferencia utilizando un lenguaje tan amplio que permita la expresión de todo el conocimiento científico; pues si el conjunto de las fórmulas necesarias es muy extenso, las condiciones formales y los requisitos intuitivos que debe satisfacer el lenguaje impiden determinarlo, dando lugar a elecciones arbitrarias.

El método que emplea es por etapas, primero define explícitamente un grado de justificación de la inferencia basándose en un lenguaje limitado y posteriormente extiende sus características esenciales a lenguajes más amplios.

En su libro sobre los fundamentos lógicos de la probabilidad desarrolla los conceptos que ya había definido en "Introduction to Semantics". El procedimiento se caracteriza por definir en el lenguaje objeto varios conceptos semánticos, que se agrupan en sistemas cuya morfología es la de los cálculos de orden 1, que sólo contienen un número finito de predicados monádicos y el símbolo de igualdad.

Las reglas de la verdad imponen que las variables individuales tengan como dominio de variación el conjunto de los designatarios de las constantes individuales, cuyo cardinal no sobrepase el enumerable. Esto hace que todo objeto tenga un nombre en el sistema semántico. En la me-

talengua se utiliza la concatenación, o incorporación en dos o más cláusulas, las conclusiones de la cláusula anterior, para formar los nombres de las expresiones.

Finalmente diremos de Carnap que distingue entre dos clases de probabilidades concebidas ambas como categorías inferenciales. La primera es el grado de confirmación de una hipótesis, noción próxima aunque no idéntica a la posición axiomática y una segunda versión que considera a la probabilidad como una frecuencia relativa, acercándose con ella a la concepción frecuencialista.

La probabilidad lógica se utiliza a veces para tomar decisiones respecto a varios estados de la naturaleza, en estos casos, es importante asegurarse de que la evidencia empleada para lograr el grado de confirmación tiene alguna validez, en particular si está en contradicción con alguna estrategia o curso de acción.

Como sugiere David Hume, la validez de la evidencia hay que basarla en otra afirmación que sea asimismo evidente, lo que da lugar a una regresión que termina en la evidencia más primitiva, es decir, aquella que es experiencia directa de nuestros sentidos. Con esta argumentación, la posición logística no queda totalmente explicada, ya que el juicio individual está implicado en los actos de percepción, aceptándolos como totalmente válidos o asignándolos una utilidad parcial y como hemos visto, los gra-

dos de confirmación se obtienen con independencia de los juicios personales o creencias.

II.3.5 Interpretación Subjetivista de la Probabilidad

La concepción subjetiva de la probabilidad está enmarcada dentro de la tradición estadística; J. Bernoulli define la probabilidad como el grado de certeza que posee un sujeto determinado; Laplace desarrolla una doctrina similar, aunque su fe en el determinismo le impide atribuir probabilidades a los sucesos.

¿Qué mide una probabilidad definida subjetivamente? Para los subjetivistas, la probabilidad atribuida a un suceso o a una proposición mide el grado de creencia en la producción de un suceso o en la verdad de una proposición. Esta interpretación difiere de las anteriores en que se refiere a una afirmación acerca de un suceso aislado, sin tener en cuenta promedios de multitud de fenómenos y además es subjetiva, pues asignamos una medida de nuestro conocimiento o capacidad de raciocinio.

La probabilidad para los subjetivistas es una relación entre una afirmación y una colección de evidencias, esta conexión es casi lógica, ya que el número asignado representa el grado de creencia. Además, la valoración numérica no está unívocamente determinada, ya que a cada hecho o aserción se le asigna una probabilidad entre cero

y uno, dependiendo de cuáles sean los grados de creencia de la persona que las determina.

Para medir los grados de creencia, Borel y otros subjetivistas introducen el método de la apuesta, que consiste en la cantidad máxima que se está dispuesto a apostar en favor de la verdad de una afirmación. Si, por ejemplo, apuesta tres contra dos, pero no admite una tasa más desfavorable, su grado de creencia en la producción del suceso es $2/5$. Este es el grado de creencia de un sujeto determinado en un momento concreto, pero no se puede asegurar que el mismo sujeto haga la misma estimación en otro momento, o que otro individuo realice una estimación similar, aunque disponga de los mismos datos.

Como se ha descrito anteriormente, cuando tenemos afirmaciones absolutas o negaciones absolutas de las evidencias, se pueden aplicar los criterios de la lógica clásica de dos valores; pero en los demás casos hay que emplear una lógica polivalente, es decir, de escala continua.

Los subjetivistas y los logicistas consideran que el sujeto es consistente desde el punto de vista lógico cuando determina probabilidades, de tal forma, que si tiene evidencia lógica de que ocurra el suceso S asignará el máximo grado de confianza a S y si la evidencia supone la negación de S , le concederá el mínimo grado de confian-

za. El subjetivismo va a añadir una condición más, que el sujeto sea también coherente respecto a los motivos de su credibilidad.

Defensores de la probabilidad subjetiva son, entre otros, Frank Ramsey, Bruno de Finetti y Leonard Savage. En cuanto a Ramsey, es el precursor de los trabajos de Neumann y Morgenstern; en su obra póstuma "The Foundations of Mathematics and other Logical Essay", desarrolla una teoría de la elección que intenta asegurar la coherencia de un sistema de opiniones, basada en el concepto de probabilidad subjetiva y en el principio de maximización de la utilidad esperada.

F.D. Ramsey parte de una teoría de la decisión que no se limita al caso de elección entre cocientes de apuestas y tiene en cuenta funciones de utilidad bien conocidos por los economistas. Con ello establece una ordenación de "bienes" que está determinada por una relación de preferencia y que formalmente es un pre-orden. Como muchos subjetivistas, Ramsey identifica los grados de creencia con la adopción de un determinado tipo de conducta.

La determinación de los valores de creencia no supone dificultad alguna para Ramsey, ya que se hace en base al conocimiento de los puntos de ventaja que el sujeto está dispuesto a dar a un resultado respecto de los demás.

La teoría subjetivista tiene como máximo divulgador y garantizador de su desarrollo a Bruno de Finetti, prueba de esto son las numerosas publicaciones que ha realizado. Entre los conceptos nuevos que incorpora destaca el de los sucesos intercambiables o equivalentes, según sus palabras (20):

"Se refiere, a lo que habitualmente llamamos sucesos independientes con probabilidad constante pero desconocida".

Es decir, sucesos que ocurren aleatoriamente en una sucesión de pruebas, de tal forma que el orden en que se producen no afecta a las probabilidades que queremos calcular.

De Finetti, en su obra "La prevision, ses lois, ses sources subjetives", publicada en 1937, escribe (21):

"Consideremos un suceso bien determinado del que no sabemos con antelación si va a ocurrir o no. Esta duda permite establecer comparaciones y en consecuencia graduaciones".

Elaborar una teoría de la probabilidad totalmente rigurosa, exige como requisito imprescindible, el conoci-

(20) FINETTI, Bruno de. "Gli eventi equivalenti e il caso degenerare". p. 40.

(21) FINETTI, Bruno de. "La prevision, ses lois, ses sources subjetives". Capítulo I.

miento de un conjunto de axiomas de carácter exclusivamente cualitativo. Los cuatro axiomas que él propone son:

- 1°. Saber si un suceso incierto es igualmente, más o menos probable que otro.
- 2°. Conocer si un suceso incierto siempre se nos presenta más probable que el suceso imposible.
- 3°. Al juzgar a un suceso S como más probable que otro S' , que a su vez, consideramos más probable que S'' , el suceso S puede aparecer como más probable que el S'' .
- 4°. Dadas las desigualdades, S_1 es más probable que S_2 y S'_1 es más probable que S'_2 ; puede afirmarse que $S_1 \cup S'_1$ es más probable que $S_2 \cup S'_2$, siempre que S_1 sea disjunto de S'_1 y S_2 lo sea de S'_2 .

Estos axiomas permiten una medida cuantitativa de la probabilidad que al ser sustituida en el teorema de la probabilidad total, permite el cálculo de probabilidades complejas.

La axiomática de B. de Finetti es de carácter subjetivo, pues define el grado de probabilidad que un individuo atribuye a un suceso dado, como las condiciones en las que el sujeto se encontraría dispuesto a apostar por este suceso. Pero construye un método axiomático porque le permite un análisis más profundo y detallado del proce-

so que empieza con nociones cualitativas y llega a una probabilidad de naturaleza cuantitativa.

Keynes con su generalización del problema de la probabilidad, habla de probabilidad de las proposiciones en lugar de utilizar la probabilidad como una relación numérica, empleando simbología lógica para aumentar la capacidad y el alcance de las proposiciones. El paso de esta noción general a un planteamiento matemático, se realiza por de Finetti mediante el principio de coherencia. Este principio afirma que no debe ser posible efectuar apuestas tales que garanticen al jugador una ganancia segura.

La originalidad de su razonamiento reside en que el sujeto se comporta como un jugador que tiene libre elección para valorar la probabilidad P , del mismo modo como valoraba una esperanza matemática, cuando se trataba de las verificaciones de un suceso aleatorio. Esta libertad sólo está limitada por el hecho de estar P necesariamente entre cero y uno, inclusivos. Confía de Finetti en que el probabilista, al igual que haría el jugador, se esmerará en recoger la información más correcta posible y después de agruparla toda, operará subjetivamente con las diferentes alternativas.

Cuando diferentes personas valoran subjetivamente la probabilidad aparecen divergencias en sus opiniones respecto a los mismos hechos, pero de Finetti piensa que

ésta no es una objeción insuperable, ya que se pueden fijar artificios que unifiquen la distribución de las valoraciones individuales, o se pueden utilizar hallazgos experimentales de control. Para que su concepción de la probabilidad sea operativa y convergente con las conclusiones que se derivan de las opciones objetivas, los comportamientos de los individuos deben regirse por principios de coherencia, ya que si no se produce una contradicción fundamental.

$P(X_i/X_1, \dots, X_j, \dots, X_n)$ es la probabilidad condicional de X_i en el supuesto de que resulte X_1 en la prueba 1, X_j en la prueba j , y X_n en la prueba n . Los frecuentistas dirán que hay independencia y equiprobabilidad si se verifica que $P(X_i) = P(X_i/X_1, \dots, X_n)$, en cambio los subjetivistas ven en la igualdad anterior que hay intercambiabilidad, y si se cumple una o las dos relaciones siguientes:

$$\begin{cases} P(X_i) = P(X_j) \\ P(X_i/X_1, \dots, X_n) = P(X_i/X'_1, \dots, X'_n) \end{cases}$$

también hay intercambiabilidad.

De Finetti, en "La previsión, sus leyes lógicas, sus fuentes subjetivas", analiza el planteamiento frecuentista, llegando a la conclusión de que no elimina por completo el subjetivismo como pretende. El juicio elaborado partiendo de la observación y que lleva a la noción de frecuencia, se debe necesariamente a un juicio psicoló-

gico y no sólo a un mecanismo de racionalidad. Para él, la probabilidad es un grado cualquiera respecto a la verificación futura de un suceso.

Las proporciones o relaciones entre los casos favorables y los casos posibles, probabilidad según la interpretación clásica, y entre el número de las manifestaciones de un fenómeno y el número de pruebas realizadas, frecuencia relativa, no tienen utilidad en la práctica. Según de Finetti, la única aplicación posible sería para dar una forma cuantitativa aparentemente rigurosa al criterio a priori, respecto de la probabilidad que todo sujeto se ve inducido a expresar sobre una experiencia, en base a los conocimientos anteriormente llegados a su mente.

Respecto a las probabilidades inversas, de Finetti es bayesiano y supone que la probabilidad asignada inicialmente para realizar los cálculos que llevan hasta la probabilidad a posteriori, refleja la opinión cambiante de un sujeto. Como la estimación realizada con estas evidencias puede no ser universalmente aceptada, de Finetti trata de justificarla en base al efecto asintóticamente decreciente de las asignaciones de probabilidad a priori, a medida que se va acumulando evidencia empírica, llegando a demostrar en numerosos casos que las probabilidades iniciales ejercen una influencia insignificante en las conclusiones de la inferencia estadística.

Además del concepto de intercambiabilidad, de Finetti estudia la consistencia y la coherencia junto a A. I. Khintchine, E. Hewitt y L.J. Savage; proporcionando una estructura básica de la probabilidad subjetiva y, por tanto, deja de ser una mera especulación filosófica. Posteriormente, los trabajos conjuntos de A. Shimony, E.L. Lehmann y J. Kemeny perfeccionan los resultados obtenidos por de Finetti.

Leonard J. Savage, en el libro "The Foundations of Statistics", publicado en 1954, comprueba que existe una función de probabilidad personal para cada individuo, de tal forma que cada hombre actúa en concordancia con la verificación de ciertos axiomas. La teoría de las probabilidades personales es desarrollada por Savage en 1961, en su obra "The Foundations of Statistics Reconsidered", en la que además expone los puntos de coincidencia de su teoría con la de los frecuentistas; según sus palabras (22):-

"Nosotros los bayesianos radicales, pretendemos demostrar que todo lo que tiene de atractivo la teoría frecuentista de la probabilidad, está implícito en la teoría personalista".

Savage desarrolla la teoría enunciada por Ramsey

(22) SAVAGE, Leonard J. "The foundations of statistics reconsidered". p. 583.

respecto a la ordenación mediante funciones de utilidad. Como concepto fundamental utiliza el acto, relacionándolo con el estado del mundo y con las consecuencias de ese acto. El término mundo debe tomarse en un sentido restringido y relativo a las circunstancias que pueden tener una influencia sobre una clase de actos determinada.

Un acto es una función que relaciona los estados de la naturaleza con el conjunto de las consecuencias. Savage supone que el conjunto de los actos está totalmente ordenado por una relación de preferencia, deduciendo de ella un orden que tiene sentido cuando se conoce un suceso determinado, pues la información que posee un sujeto le permite saber que ciertos estados de la naturaleza están excluidos, y con este conocimiento puede modificar sus preferencias.

Savage afirma que tanto él como de Finetti al definir una probabilidad subjetiva, están haciendo referencia a la opinión de una persona, que viene reflejada en su conducta potencial o real. Esta conducta se determina en cada individuo suponiendo que efectúa una apuesta de una cantidad prefijada sobre su convencimiento.

En la acumulación de esta potencial apuesta y en el precio que el mismo sujeto estaría dispuesto a pagar por efectuar una adquisición, existe un paralelismo evidente, que según Savage, produce precisión en el signifi-

cado de la probabilidad estimada. En efecto, la apuesta se mantiene sólo eventualmente, pero el precio a pagar por una mercancía deseada es algo muy real y quien se decide a un desembolso de dinero, lo hace con total conocimiento.

Para Savage la cifra apostada y el precio estimado también mantienen su sentido después de que el suceso ha concluido, ya que gane o pierda, compró; además estos valores pueden rectificarse experimentalmente. El problema está en cómo fijarlos para que el precio realmente pagado en una adquisición sea el más adecuado que se cree debe pagarse.

El convencimiento que se tiene de los sucesos queda reflejado en la estimación de su probabilidad como un precio elegido. Que el efecto de esta decisión permanece se demuestra con la satisfacción que sigue a una compra, debido a haber gastado menos de lo esperado, lo que proporciona un beneficio imprevisto, o por el enfado que produce la sensación de ser engañado y obtener una pérdida. En conclusión, consiste en aplicar a la probabilidad la antigua noción de renta del consumidor.

El economista inglés R.F. Harrod es partidario de definir explícitamente la probabilidad, en contraposición a algunos teóricos como Keynes. Afirma que la probabilidad es la relación entre una premisa o entre premisas y una conclusión, porque con premisas se alcanza una circunstan-

cia o detalle particular de un hecho, dando lugar a una valoración evidente.

De la definición de Harrod se deduce claramente que podemos tener proposiciones de certeza tales como "de A sigue siempre B", y proposiciones de probabilidad de la forma "a veces de A sigue B", y por tanto la proposición de probabilidad admite grados.

La fórmula de la inferencia simple e incondicionada de Harrod es de la forma $x/(x+1)$, siendo x la experiencia pasada, mientras que $1/x$ es la fracción de la experiencia. El cociente $x/(x+1)$ relaciona la medida de la experiencia parcial pasada y la suma de ésta con las que puede obtener de forma inmediata a través de la observación. Cuanto más pequeña es la extrapolación al futuro, mayor verosimilitud tendrá el sujeto para pronosticar lo que espera del crecimiento de la medida de la inferencia.

La proporción $x/(x+1)$ o cualquier otra que se obtenga variando la amplitud de la previsión, es una fracción propia y una medida de la probabilidad de obtener una inferencia exacta. Para interpretarla conforme a la probabilidad de los matemáticos, Harrod la expresa como una relación incierta entre la premisa A, que es la experiencia pasada y la consecuencia o expectativa racional B.

La inferencia y la probabilidad como la define y

mide Harrod, es del todo inmune, si excluimos la apelación que hace a la memoria, al apriorismo y a la falta de lógica. Se da cuenta de la dificultad de conocer la probabilidad a priori en la aplicación del teorema de Bayes, por eso su utilización en la experimentación práctica debe hacer referencia a la posibilidad real de emplearse en la obtención de datos futuros, aunque sólo contemos con realizaciones de hace poco tiempo.

J. Cohen, E.J. Dearneley y C.E.M. Hansel han investigado la naturaleza de la probabilidad subjetiva, su cumplimiento de los teoremas de adición y multiplicación, las diferencias que hay entre las situaciones de habilidad y azar, y la idea de independencia. Cohen y Hansel resumen sus hallazgos en "Subjective probability, gambling, and intelligence", sobre la relación entre la probabilidad subjetiva y la objetiva, para ellos esta conexión es compleja y no puede reducirse a una simple fórmula. En ciertas circunstancias los dos tipos de probabilidad tienden a coincidir, en otras divergen y esta divergencia parece ser de carácter sistemático. En general las probabilidades subjetivas están enormemente influenciadas por la edad y la experiencia. Finalmente, la probabilidad subjetiva respecto a una preferencia particular cualquiera está afectada por el número y el valor de las alternativas que se ofrecen.

La teoría subjetivista supone que se puede medir

el grado de creencia o confianza, lo que es difícil de aceptar por algunos estudiosos de la estadística. Además los métodos de conducta a seguir que describe, parece propia de corredores de bolsa o de intermediarios en divisas, por lo que no la consideran idónea para un análisis de la racionalidad en general, dudando de que las verdades a priori puedan anticipar lo desconocido sobre la base de razonamientos no demostrativos. Esto da lugar a la posición semiprobabilística de William Fellner y la no probabilística de G.L. Shackle.

William Fellner, en "Probability and Profit", publicada en 1965, parte de la concepción subjetivista, pero acepta que decisiones razonables desarrollen un sistema mediante el cual su inestable y controvertida probabilidad subjetiva sirva de freno o de premio a las probabilidades de tipo frecuencialista.

Según Fellner (23):

"Esto es importante para reconocer que una persona razonable pueda atribuir una determinada pérdida de utilidad al hecho de estar expuesta a una disminución de confianza debido a inestables movimientos interiores".

(23) FELLNER, William. "Probability and profit". p. 72.

Es decir, que un gran número de decisores actuarán de forma distinta según que estén influenciados por grados de creencia débiles, o que lo estén de grados de creencia firmes y estables.

Una hipótesis es para Fellner una conjetura que contribuye a precisar los juicios de probabilidad de un individuo respecto a la ocurrencia de sucesos. Cuando el decisor se fía del valor numérico de una hipótesis, a ésta se la denomina hipótesis directa y en caso contrario, hipótesis elusiva.

La posición no probabilística se debe a G.L. Shackle, que en "Decision, determinisme et temps", desarrolla la dialéctica aparente entre libertad de juicio, decisión y probabilidad de previsión, en base a que en el pensamiento encontramos sentimientos "ciertamente falsos", "ciertamente verdaderos" y otros sentimientos más o menos alejados de ellos.

Los diferentes estados del pensamiento los expresa Shackle mediante los valores de una variable, distingue además entre variables distributivas y no distributivas (24):

"Una variable de incertidumbre distributiva consiste en tomar el número

(24) SHACKLE, G.L.S. "Decision, determinisme et temps". p. 84.

uno y hacerle corresponder la idea de ciertamente verdadero. Si una respuesta considerada ciertamente verdadera es un agregado de partes y cada parte es indispensable para expresar la totalidad de la respuesta, no le corresponde la unidad como medida a ninguna de las partes consideradas aisladamente, debiendo contentarse con la fracción conveniente... por eso, que el estado de una respuesta esté más o menos alejado de la situación ciertamente verdadera o ciertamente falsa, es de naturaleza distinta según que la variable sea de incertidumbre distributiva o no distributiva".

La probabilidad es situada según esta teoría dentro de las variables de incertidumbre distributivas, siendo necesario que la lista de respuestas asignadas a la variable esté completa y no existan hipótesis residuales sin especificar.

En cuanto a las variables de incertidumbre no distributivas, según Shackle hay muchas, ya que entre la expresión perfectamente posible, que no produce en nosotros ninguna sorpresa, y el término absolutamente posible, que provoca la máxima sorpresa, existen grados de sorpresa

que se corresponden con grados de probabilidad (25):

"Los grados de posibilidad son juicios subjetivos emitidos por un cierto individuo respecto de sucesos concretos, que proporcionan diferentes grados de sorpresa cuando los sucesos ocurren de hecho. Como estos juicios provienen de un individuo determinado, pueden expresarse en términos de sorpresa potencial, por lo que convenimos una correspondencia biunívoca entre grados de posibilidad y grados de sorpresa potencial; de tal forma que a una sorpresa potencial nula le corresponde una posibilidad perfecta y a un máximo absoluto de sorpresa potencial, una imposibilidad perfecta".

En los casos de incertidumbre no distributiva, la variable propuesta es la sorpresa potencial que permite distinguir y expresar diversos grados de posibilidad, lo que no podemos conseguir con la probabilidad. El concepto de sorpresa potencial se ha pretendido equiparar al de probabilidad, pero Shackle entiende que la expresión perfectamente posible está muy alejada del enunciado ciertamente verdadero, al que le corresponde la probabilidad

(25) Op. cit. p. 86.

uno y una probabilidad inferior a la unidad no puede representar la posibilidad perfecta.

La teoría de Shackle no confía en la probabilidad subjetiva al plantear el problema del decisor frente al tiempo, pues según él, para el sujeto activo sólo existe el momento presente, instante crucial que le proporciona todas las consecuencias actuales como base para tomar una decisión. Por eso, la idea de probabilidad no es conveniente utilizarla como variable asociada a la incertidumbre, resultando más adecuada la noción de sorpresa potencial.

La sorpresa potencial y el grado de creencia, sustituyen conjuntamente a la probabilidad en el esquema de Shackle, pero rechaza que se puedan sumar los grados de posibilidad otorgados a las diversas hipótesis alternativas, ya que es el número de ellas quien confiere a una hipótesis dada su status y no su carácter intrínseco. Por lo tanto, la sorpresa potencial es una variable de incertidumbre no distributiva.

Define también Shackle la idea de deseabilidad, lo que permite considerar un orden por grados de posibilidad y otro por grados de deseabilidad, de los hipotéticos resultados de un conjunto de acciones.

II.3.6 Análisis Matemático de la Probabilidad

David Hilbert se basa en el método deductivo de los griegos para elaborar un método axiomático que convierte en fórmulas toda proposición matemática. En 1931 el matemático austriaco Gödel radicaliza las ideas de Hilbert y asigna valores numéricos a cada fórmula, signo o prueba de un sistema axiomático, aritmetizando de esta forma la axiomática.

Ya hemos visto que todas las concepciones de la probabilidad pueden axiomatizarse, además las axiomáticas que hemos obtenido son compatibles entre sí, debido a que cumplen las condiciones de consistencia e independencia. Ahora vamos a desarrollar la concepción matemática de la probabilidad, teniendo en cuenta que los teoremas y consecuencias matemáticas que obtengamos son aplicables a las demás concepciones de la probabilidad.

El desarrollo posterior de la teoría matemática de la probabilidad se debe a E. Borel, H. Steinhaus, P. Lévy y A.N. Kolmogorov, siendo el matemático ruso Kolmogorov el primero en exponer de forma sistemática la teoría de la probabilidad sobre bases axiomáticas; en 1933 publica "Foundations of the theory of probability", en donde queda reflejado cómo perfecciona las teorías formuladas por von Mises respecto de la propiedad aditiva de las frecuencias y cómo establece una axiomática que en unión de las aportaciones de Fréchet es la universalmente admitida,

aunque algunos autores añaden a veces axiomas complementarios.

Antes de describir los axiomas de Kolmogorov es necesario especificar que llamaremos E al espacio universal o conjunto de todos los sucesos elementales, y A es la mínima familia de Borel.

Los axiomas de Kolmogorov son los siguientes:

1°. A cada suceso $S \in A$ le corresponde un número real $P(S)$, que es su probabilidad, tal que $0 \leq P(S)$.

2°. $P(E) = 1$.

3° y 4°. La síntesis de estos dos axiomas consiste en que siendo S_1, S_2, \dots disjuntos, se cumple:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} S_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(S_i)$$

5°. Axioma de continuidad: Si tenemos una sucesión decreciente de conjuntos $C_1 \supset C_2 \supset C_3 \supset \dots \supset C_n \supset \dots$, cuya intersección se aproxima al conjunto vacío cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} P(C) = 0$.

El axioma quinto es equivalente al que hemos llamado 3° y 4°, ya que una familia de conjuntos completamente aditiva cumple esta continuidad y viceversa.

Lo que se pretende con esta axiomática es explicado por H. Cramer en "Random variables and Probability Distri-

butions", Cambridge, 1931:

"Siguiendo a Kolmogorov, tomamos como punto de partida la observación de que la probabilidad $P(S)$ puede ser considerada como una función aditiva del conjunto S . Nos contentamos con postular la existencia de una función de este tipo, definida por una cierta familia de conjuntos A en el espacio en que nuestra variable puntual X está restringida y que $P(A)$ designa la probabilidad de que $X \in A$ ".

Cramer se da cuenta de que los axiomas de Kolmogorov son aplicables a variables aleatorias definidas en espacios más generales de los hasta entonces utilizados, por lo que desarrolla un nuevo axioma: "Si X_1, X_2, \dots, X_n son variables aleatorias, toda variable que sea combinación de (X_1, \dots, X_n) es asimismo una variable aleatoria".

La axiomática de Kolmogorov está influenciada en su origen por el frecuentismo, pero después juega un papel neutro respecto de la asignación de probabilidad a los sucesos efectuada por las demás interpretaciones de la probabilidad. La concepción matemática de la probabilidad proporciona una estructura abstracta que permite calcular la probabilidad de sucesos complejos, referidos a la unión, intersección y complementación de sucesos sim-

ples, de probabilidad conocida.

Para Samuel Wilks, la axiomatización es una abstracción o conceptualización basada en la sustitución de objetos empíricos por ideales, por eso en la axiomática de Kolmogorov, la teoría matemática comienza después de haber asignado probabilidades a los sucesos simples.

De igual forma, Bertrand Russell, en "El conocimiento humano", expone (26):

"Como no hay acuerdo en la interpretación de la probabilidad, la decisión que se toma es enumerar los axiomas de los que se deduce la teoría y considerar que cualquier concepto que los satisfaga tiene el mismo derecho desde el punto de vista matemático, a ser llamado probabilidad. Si hay muchos de tales conceptos y si estamos decididos a elegir entre ellos, los motivos de la elección deben permanecer fuera de la matemática".

La definición de la probabilidad de un suceso particular S , que proporciona la concepción matemática, no especifica nada acerca del valor de $P(S)$, sino que se re-

(26) RUSSELL, Bertrand. "El conocimiento humano". p. 346.

fiere a las propiedades que cumple dicha probabilidad y a las relaciones o axiomas que existen entre las propiedades.

William Feller define también una medida P de probabilidad sobre una σ -álgebra A en el espacio E , así en su obra "An Introduction to Probability Theory" dice (27):

"Esta definición es únicamente el fundamento para una estructura general, pero en casos individuales es necesario elegir una sigma-álgebra adecuada y construir sobre ella la medida de probabilidad".

Al espacio probabilístico se le exige que sea sigma-álgebra para que admita un sistema generador mínimo; según el sistema generador elegido se obtendrán diferentes funciones de probabilidad.

Mencionaremos también a P.R. Halmos. En 1950 publica "Measure Theory", y en el capítulo nueve se declara partidario de que la probabilidad sea una rama de las matemáticas. Posteriormente escribe "The foundations of probability", en donde especifica que (28):

"La probabilidad numérica es una

(27) FELLER, William. "An introduction to probability theory". p. 112.

(28) HALMOS, P.R. "The foundations of probability", [en] American Mathematical Monthly, vol. 51. p. 493.

función de medida, esto es, una función P aditiva, finita, no negativa y numerable, de elementos en un sigma-álgebra de Borel".

A diferencia de los axiomas de Kolmogorov, los de E. Tornier señalan los elementos básicos para construirlos, la condición mínima de amplitud y la de completitud. Parte de un conjunto o espacio B que representa infinitas sucesiones que lógicamente, pueden obtenerse con la regla experimental estudiada; de tal forma, que cada sucesión infinita particular es un punto de B .

Los axiomas de Tornier son:

1º. Los conjuntos de B forman una familia.

2º. Todos los conjuntos básicos de B , incluidos el B y el vacío, pertenecen a B .

3º. a) A todo conjunto A de B le asignamos un número entre cero y uno, que representamos por $J(A)$. En particular $J(B) = 1$, y $J(\emptyset) = 0$.

b) Si $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots$, tal que A_i disjuntos, para $A \in B$ y $A_i \in B$, tenemos que:

$$J(A) = \sum_{i=1}^{\infty} J(A_i)$$

4º. Sea M un conjunto de B y A_n, B_n sucesiones de conjuntos de B tales que para todo $n = 1, 2, \dots$
 $B_n \supset M \supset A_n$, para todo $\epsilon > 0$ y suficientemente pe-

queño, puede hallarse n tal que $J(B_n) - J(A_n) < \epsilon$ y

$$J(M) = \lim_{n \rightarrow \infty} J(A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} J(B_n).$$

5°. B es la familia mínima que satisface los cuatro axiomas anteriores.

Citaremos también a D.A.S. Frasser, defensor de la inferencia estructural, con la que intenta unificar las distintas posturas del pensamiento estadístico respecto de la inferencia. Su método no es fácil de llevar a la práctica, ni su aplicación se puede generalizar a todos los casos, aunque hay que resaltar el valor de su afán integrador. La exposición de esta teoría se encuentra en "The Structure of Inference", obra que publicó en 1968.

El matemático von Neuman desarrolla en 1927 la teoría de los juegos y la teoría de la utilidad. En 1944 su colaboración con Oscar Morgenstern da lugar al libro "Theory of Games and Economic Behavior". Posteriormente Abraham Wald relaciona la teoría de juegos con el contraste de hipótesis, lo que le lleva a considerar el razonamiento estadístico como un proceso de decisión en ambiente de incertidumbre en el que el estadístico realiza un juego con la naturaleza.

Raiffa, Schleifer, Ferguson, De Groot, etc., aplican la teoría de Bayes en la asignación de distribuciones de probabilidad a los posibles estados de la naturaleza, desarrollando la teoría de la decisión bayesiana. Los pro-

blemas de inferencia, según ellos, implican una elección entre alternativas cuyo grado de preferencia puede expresarse mediante una función de utilidad, que depende del estado desconocido de la naturaleza. La mejor acción a tomar se obtiene al maximizar la utilidad esperada, teniendo en cuenta que la distribución a posteriori se obtiene a partir de la distribución inicial que hemos asignado a los estados de la naturaleza y por la información que nos proporciona la muestra.

CAPITULO III

DIFERENTES TECNICAS DE LA INFERENCIA ESTADISTICA

III. DIFERENTES TECNICAS DE LA INFERENCIA ESTADISTICA

La generalización que supone la Inferencia Estadística hace necesario especificar la población sobre la que se van a recopilar datos, con objeto de encontrar un criterio decisonal que permita elegir el curso de acción apropiado. Por lo tanto, la población se define en base a una problemática dada con la que se identifican las unidades elementales antes de observarlas y que proporciona la noción de si la población escogida es accesible o no.

La teoría de la decisión requiere valores numéricos y argumentos probables con los que calcular los riesgos originados por la incertidumbre, esta información posibilita acceder al verdadero estado natural en el que se gesta la selección de cómo proceder y además sirve para justificar el deseo de actuar.

En la mayoría de los casos, la distribución de probabilidad poblacional es imposible de percibir, ya sea en su totalidad o en parte, por lo tanto, se recurre a la elaboración de muestras con el objeto de decidir cuál de las acciones es la idónea, dada una situación concreta

de elección.

El hecho de que la población tenga propiedades que la caractericen y que estén limitadas las variaciones de sus elementos, faculta la selección de una muestra aleatoria insesgada de tamaño relativamente pequeño que sea representativa de las particularidades poblacionales. Con las muestras se expresan nada más que parte de los datos poblacionales, lo que dificulta nuestra intención de eliminar del todo la incertidumbre y existe la posibilidad de escoger acciones erróneas.

Cuando la población es inabordable hay que elaborar un marco de referencia denominado población, operativamente factible de ser muestreada. En estos contextos es preciso incluir todas las unidades elementales de la población original, ya que de lo contrario obtendremos conclusiones sin ninguna utilidad o que son perjudiciales por sus repercusiones.

El procedimiento que selecciona la acción adecuada según las normas de decisión derivadas de los resultados muestrales, se denomina contrastación estadística. La elaboración de contrastes exige la incorporación de la racionalidad al análisis, pues hay que solucionar con su ayuda y con los datos disponibles, la ambigüedad hallada en los conjuntos de alternativas o en situaciones más o menos complejas, consiguiendo conformar una elección.

Para realizar contrastes es imprescindible formular una o más hipótesis respecto de la población. Las hipótesis son predesignadas, es decir, para concretarlas no usamos datos muestrales, pues resulta ilógico emplear la muestra en la contrastación de hipótesis que han sido sugeridas por ella misma. El criterio utilizado en la decisión relacionará todas las opciones posibles con las observaciones antes de obtener éstas.

Con tales ideas no estamos queriendo decir que se prescinda del muestreo al sugerir hipótesis imprevistas o nuevas teorías, pero entonces habría que tener la precaución de contrastar las hipótesis con valores muestrales distintos a los iniciales y por lo tanto, con valores futuros independientes de los anteriores.

III.1 ANALISIS ESTATICO

La realidad es difícil de sistematizar, por eso recurrimos a aislarla en el espacio o en el tiempo. El enfoque estático contempla, interpreta e incluso reconstruye el estado del mundo, utilizando unidades de observación en un momento dado del tiempo (análisis transversal). El conocimiento de los fenómenos exige averiguar las interdependencias internas entre las unidades seleccionadas, sus relaciones con el exterior y sus comportamientos. Todo ello con un grado importante de simplifica-

ción que logre descripciones inteligibles.

Desde un punto de vista metodológico, el análisis estático admite que nos olvidemos completamente de la influencia del tiempo, al que considera un soporte sobre el que efectuar el examen de los datos. Por esta razón no figura el tiempo ni explícita ni implícitamente en la especificación de sus relaciones, pues se estiman atemporales. Además, lo estático suele circunscribirse a conexiones entre componentes que por su escasa variación caractericen la estabilidad de los fenómenos considerados.

La orientación estática de los hechos observables se justifica porque aporta elementos imprescindibles para interpretar la realidad. Los valores y las relaciones que unen en un instante cualquiera las unidades de observación, constituyen una gama de posibilidades que acotan y determinan los cambios futuros, ya que se encuentran inmersos en ellas factores que tienden a dinamizar las relaciones existentes y elementales que llevan a mantenerlas en su estado actual.

Las decisiones tomadas en base al análisis estático seleccionan la perspectiva efectiva entre las potenciales, sin olvidar que las predicciones consistirán en la estimación del comportamiento de los elementos no observados.

III.1.1 La lógica de la contrastación paramétrica frente a la no paramétrica

La contrastación paramétrica da por hecho que conocemos el tipo de distribución de probabilidad de la población y que ignoramos el valor de uno o varios de sus parámetros. Por tanto, las hipótesis harán referencia a estos parámetros desconocidos.

Para simplificar, supondremos que los problemas a resolver requieren una doble acción. El número de hipótesis a contrastar será entonces de dos, una se designa hipótesis nula H_0 y la otra, hipótesis alternativa H_1 . Cuando ambas hipótesis son complementarias, el rechazo de H_0 significa la aceptación de H_1 y viceversa.

También hay que agrupar en dos categorías mutuamente excluyentes a los valores muestrales. El primer conjunto de sucesos ocasiona el rechazo de H_0 , por lo que se denomina región de rechazo o región crítica; el segundo acepta H_0 y por eso es la región de aceptación.

Debido a la aleatoriedad de la muestra, al contrastar las hipótesis podemos incurrir en dos clases de errores, el error de primera especie E_1 , que consiste en rechazar H_0 siendo verdadera y el error de segunda especie E_2 , cometido cuando se acepta H_0 , pero resulta ser falsa.

La relación entre estos dos errores es inversa,

ya que si queremos disminuir la probabilidad de que ocurra uno de ellos aumenta la probabilidad del otro. El equilibrio se logra en base a la información a priori disponible respecto de H_0 y H_1 , o variando el tamaño muestral, pero la práctica habitual consiste en hacer lo más pequeña posible la probabilidad de que suceda el error de primera especie, basándose en la creencia de que la hipótesis nula es la correcta y sólo acontecimientos poco verosímiles pueden rechazarla.

Las consecuencias derivadas de los dos tipos de errores no siempre aconsejan disminuir la probabilidad de rechazar H_0 . H.H. Kelejan y W.E. Oates, en "Introduction to Econometrics: Principles and Applications", 1974, han desarrollado un ejemplo donde la regla, minimizar el error de primera especie, no es la más conveniente.

Lo mismo le ocurre a Ramsey cuando compara dos modelos para averiguar cuál de ellos es el que más se ajusta a la realidad, por eso distingue entre discriminación fuerte y discriminación débil, según la mayor o menor seguridad que se tenga respecto de la certeza de los modelos, aconsejando tomar las peculiaridades de cada caso como fundamento sobre el que fijar el tamaño de los dos errores.

El tipo de contraste a utilizar dependerá de la forma que tomen H_0 y H_1 , pues no es lo mismo que las hipótesis estén anidadas o que sean no anidadas. Supongamos

que una variable aleatoria se distribuye $f(x, b)$, donde b es un vector de parámetros, además poseemos dos hipótesis (H_0, H_1) acerca de la forma de la distribución y de los parámetros.

$$H_0: f_1(x, b_1) \quad b_1 \in O_1$$

$$H_1: f_2(x, b_2) \quad b_2 \in O_2$$

En el caso de que f_1 sea igual a f_2 encontramos tres posibilidades:

$$1^a) O_1 \cap O_2 = O_1 \quad \delta \quad O_1 \cap O_2 = O_2$$

$$2^a) O_1 \cap O_2 \neq O_1 \quad y \quad O_1 \cap O_2 \neq O_2$$

$$3^a) O_1 \cap O_2 \neq \emptyset$$

El primer apartado se refiere a hipótesis anidadas, ya que una de ellas está incluida en la otra; mientras que el segundo y tercero dan lugar a hipótesis no anidadas, siendo el tercero el que constituye las familias separadas de hipótesis.

Cuando f_1 y f_2 son diferentes proporcionan hipótesis no anidadas. Este tipo de hipótesis es problemático, ya que al usar el contraste de la razón de verosimilitud no podemos asegurar que el denominador sea siempre mayor que el numerador y la proximidad a uno de la razón deja de interpretarse como señal de aceptación de la hipótesis.

Las hipótesis anidadas permiten emplear sin inconvenientes la razón de verosimilitud y utilizar el contraste secuencial, que facilita información adicional en caso de rechazo de la hipótesis nula. El contraste secuencial requiere que se elaboren hipótesis intermedias anidadas y ordenadas, situadas entre H_0 y H_1 . De esta forma si la hipótesis nula es rechazada se puede conocer en cuál de las hipótesis intermedias se produce el rechazo.

G.A.F. Seber, en "Linear Hypotheses and Induced Tests", 1964, compara los contrastes directo, inducido y secuencial de hipótesis anidadas, llegando a la conclusión de que no hay una regla fija para seleccionar el contraste más conveniente, todo depende de los valores paramétricos elegidos. De todas formas considera que los contrastes propuestos para situaciones con escasa información inicial serán asimismo útiles cuando el conocimiento del tema resulte mayor. A veces hay que contestar a preguntas tales como, ¿reducirá un nuevo procedimiento de montaje el tiempo medio de ajuste de cierto mecanismo?, ¿ha habido cambios en la expectativa de vida de los españoles durante los últimos cinco años?, etc. Mediante contrastes paramétricos podemos analizar las variaciones de la media poblacional o si ésta es significativamente mayor o menor que algún valor concreto.

También es factible contrastar atributos poblacionales, como que los productos fabricados son defectuosos,

los votantes son de tal o cual partido, etc.; pero teniendo en cuenta que con datos cualitativos se debe verificar la proporción poblacional de éxitos mediante la proporción muestral.

Si nuestro interés se centra en la comparación de dos poblaciones, viendo las diferencias existentes entre las medias poblacionales, proporciones poblacionales o varianzas de la población, solucionaremos problemas de decisión parecidos a, ¿tiene una población de fumadores mayor riesgo de contraer cáncer pulmonar que otra población de no fumadores?, ¿es más popular un programa de televisión que otro?, etc. Si aplicamos la chi cuadrado a los contrastes paramétricos se logra contrastar la varianza poblacional.

En muchas situaciones es imposible especificar la forma de la distribución poblacional y sólo podemos suponer en forma razonable que es continua. Al proceso que permite sacar conclusiones directamente de las observaciones muestrales sin tener que formular la expresión matemática de la distribución poblacional, se le llama contrastación no paramétrica o métodos de libre distribución.

La teoría no paramétrica surge cuando en 1900, Karl Pearson expone el modelo de contraste de la independencia y el de la bondad del ajuste, utilizando como base la chi

cuadrado. Pero el mayor impulso de los contrastes de libre distribución se debe a Spearman con su contraste del coeficiente de correlación de las categorías para la covariabilidad, que popularizaron Harold Hotelling y Margaret R. Pabst en 1936. Posteriormente, en 1945, Wilcoxon propone un contraste para el caso de dos muestras, método que proporciona buenos resultados y además es fácil de usar.

Entre las múltiples razones para emplear la contrastación no paramétrica, hay que destacar una de ellas, que siempre aspiraremos a utilizar procedimientos inferenciales con el menor número posible de restricciones impuestas por los supuestos subyacentes en el problema. Por lo tanto, conviene disponer de técnicas que sean simples y de amplia aplicación.

Hemos visto cómo la teoría clásica de la inferencia se fundamenta en la aleatoriedad, pues exige que la muestra sea aleatoria, que las observaciones muestrales resulten independientes entre sí y que cada componente muestral se distribuya igual que la población.

Habrán situaciones en las que no tendremos en cuenta este supuesto, ya sea porque la población cambia alguna de sus características mientras se extrae la muestra o porque las observaciones muestrales se vuelven dependientes. En estos casos se recurre a alguno de los contrastes no paramétricos de la aleatoriedad, que están basados en el concepto de sucesión. Por ejemplo, las sucesiones por

encima y por debajo de la mediana, las sucesiones ascendentes y descendentes, conocidas también con el nombre de del signo, etc. Los contrastes de la aleatoriedad analizan fundamentalmente datos transversales.

Al examinar los datos económicos ordenados en secuencias temporales nos damos cuenta que no son muestras aleatorias. Las observaciones de la producción, del ingreso nacional, de los precios, etc., de un mes o de un año, dependen por lo general de la variable del período anterior. El grado de dependencia de los sucesivos valores hallados en el tiempo se puede medir con el método de la correlación serial o con la razón de von Neumann, cuya argumentación es la diferencia de medias cuadráticas subsiguientes.

Otro grupo de contrastes no paramétricos son los que emplean la distribución chi cuadrado y su posibilidad de contrastar hipótesis relativas a datos clasificados o por categorías. El procedimiento consiste en formular una hipótesis nula H_0 en la que se fijan las frecuencias esperadas, denominadas también teóricas, a continuación se obtienen datos muestrales para establecer las frecuencias observadas y después se especifica un criterio de decisión con el que comparar los dos tipos de frecuencias, verificando con él si las diferencias existentes son debidas al azar del muestreo aleatorio, o por el contrario, no son achacables al azar y tenemos que rechazar H_0 .

El método inferencial suele suponer casi siempre que la población es normal o que podemos aprovechar las ventajas del teorema central del límite por ser las muestras lo suficientemente grandes. La normalidad no es un requisito imprescindible en la generalización de las medias muestrales, pero influye cuando se extraen las conclusiones de la inducción estadística de las varianzas muestrales. Necesitamos un contraste que corrobore la adecuación del modelo de probabilidad establecido a priori respecto de la población, en los casos en que éste sea desconocido. La bondad del ajuste es una de las aplicaciones del contraste chi cuadrado que tiene esa finalidad.

La bondad del ajuste actúa como la chi cuadrado con las frecuencias, sólo que ahora se calculan las frecuencias teóricas en base a estadísticos muestrales que intervienen como estimadores de los correspondientes parámetros poblacionales.

Tanto la bondad del ajuste como el contraste de frecuencias se refieren a poblaciones multinomiales clasificadas de acuerdo con un atributo, pero la chi cuadrado puede ser adoptada por poblaciones y muestras ordenadas según dos o más atributos, recibiendo entonces la denominación de contraste de independencia o de cuadros de contingencia. Estos nuevos contrastes pretenden descubrir si los principios y criterios empleados en la clasificación cruzada son significativos, es decir, si tienen efec-

tividad.

Como última aplicación del contraste chi cuadrado tenemos el contraste de homogeneidad que consiste en la determinación de si dos o más muestras aleatorias independientes proceden de la misma población, o por el contrario, se extraen de poblaciones distintas. Este contraste es una ampliación del de independencia y en ambos se analizan datos de clasificación transversal.

Wald y Wolfowitz han elaborado un procedimiento para contrastar la identidad de dos distribuciones poblacionales en base a dos muestras independientes obtenidas de las sucesiones, suponiendo que la variable subyacente es continua. Este contraste es menos efectivo que el contraste paramétrico de la t de Student y que los contrastes no paramétricos que estudian la igualdad entre las distribuciones poblacionales; su utilidad procede de que en ciertos casos es la única que puede aplicarse.

Wilcoxon consigue elaborar el contraste más potente de todos los no paramétricos respecto de la identidad entre dos poblaciones con pares igualados. Por eso se seleccionan dos muestras de igual tamaño y se anotan los signos de las diferencias entre cada par de valores, después cada par de números se emplea como una ordenación de estas diferencias.

Finalmente, W.H. Kruskal y W.A. Wallis extendieron

el contraste de Wilcoxon al caso de varias muestras independientes que se extraen de poblaciones continuas con la misma distribución de probabilidad. Como novedad está que incorporan el análisis de la varianza del modelo con un solo criterio y siendo su apoyo los datos posicionales. A este contraste se le conoce con el nombre de H, sus resultados son mejores que los del contraste de la mediana y que el contraste F del análisis de la varianza, el problema es que con muestras grandes resulta difícil ordenar las observaciones.

Hemos visto cómo la contrastación no paramétrica se ocupa básicamente de las relaciones ordenadas, ya que los datos suelen ocurrir en forma de categorías. Las observaciones proporcionan magnitudes relativas a la propiedad ordinal subyacente, que permite alcanzar un criterio acerca de la independencia de las variables. Además, cuando sólo se consideran las relaciones ordenadas de los datos, la lógica de los métodos no paramétricos requiere una teoría probabilística relativamente simple, que permite hallar con facilidad las distribuciones muestrales discretas.

Si comparamos los contrastes paramétricos con los no paramétricos en los casos en que pueden aplicarse ambos, tenemos que los paramétricos consiguen mejores resultados en dos situaciones, por lo menos. En primer lugar, se demuestra que con poblaciones normales, el contraste

del signo, por ejemplo, requiere de un 4 a un 50 por ciento más de observaciones que el contraste de la t , para ser igualmente potente. Luego, los contrastes no paramétricos son menos eficientes que los paramétricos.

También es evidente que las hipótesis de los contrastes no paramétricos son menos precisas y proporcionan peor información en las conclusiones, que las paramétricas. Así vemos, que al rechazar la hipótesis nula H_0 de que las distribuciones poblacionales son las mismas, si hemos usado el método del orden de comparación de varias muestras, no podemos precisar si son diferentes en términos de tendencia central o si lo son respecto de la varianza.

El alejamiento de la identidad entre las distribuciones de probabilidad poblacionales vuelve a los procedimientos no paramétricos muy insensibles y aunque esta falta de perceptividad se puede disminuir o incluso eliminar, habría que establecer los mismos supuestos que tratamos de evitar con la intención inicial de utilizar la estadística de orden.

Desde el punto de vista teórico, la contrastación no paramétrica tiene múltiples ventajas, tal vez la más importante es que requiere menos información que la paramétrica para poder aplicarse. Sólo se exige que la distribución poblacional sea continua, pero no hace falta especificar la forma de la distribución. Para terminar diremos que hay experimentos en los que sólo los métodos

no paramétricos pueden contrastar los datos obtenidos.

P.J. Dhrymes y otros, en "Criteria for Evaluation of Econometric Models", 1975, y J.B. Kadane en "Testing a Subset of the Overidentifying Restrictions", 1974, han estudiado las diferencias entre los contrastes paramétricos y los no paramétricos. Para ellos, los paramétricos se dividen en clásicos y bayesianos, siendo su fundamento estadísticos con propiedades estocásticas derivadas de las hipótesis. En cambio, los no paramétricos utilizan una medida descriptiva que intenta poner de manifiesto el grado de coincidencia entre los resultados de la teoría y los observados en la realidad. A los procedimientos no paramétricos les falta explicitar formalmente su base estadística y que las elecciones adoptadas a partir de ellos sigan los criterios de decisión estadística.

J.B. Ramsey no es tan intransigente como ellos, en "Classical Model Selection through Specification Error tests", 1974, establece una disparidad simplemente de matiz entre los términos "contraste de una hipótesis" y "discriminación entre modelos", ya que según él: "Ambos utilizan los mismos contrastes y las diferencias radican en el contenido informativo previo que cada uno incorpora en el problema".

III.1.2 Diseños experimentales

El programa científico va unido a la experimentación, ya que ayuda a mostrar qué cosas están relacionadas entre sí y cómo es la relación que las liga. El inconveniente está en que la naturaleza asigna siempre con sesgo las conexiones o procedimientos empleados en los experimentos, impidiendo su comparación. Por eso, el experimentador fija de tal forma las fases del proceso que las unidades experimentales se determinan sin sesgo, permitiendo la observación de los efectos diferenciales.

El británico R.A. Fisher da a conocer a partir de 1923, el concepto de diseño experimental. En 1935 publica "Métodos estadísticos para investigadores", donde expone las conclusiones de múltiples trabajos sobre este tema. Posteriormente, Frank Yates introduce nuevos diseños de mayor utilidad.

Según Fisher, no podemos emplear los datos experimentales de forma directa, sino que es necesario elaborar juicios de valor respecto del fenómeno estudiado, que hagan posible la toma de decisiones; además, hay que referir los datos a un modelo que los agrupe adecuadamente.

El diseño de experimentos requiere tres etapas, la planificación de los experimentos, la observación de los resultados y la interpretación de los mismos. Desarrollaremos la última parte porque en ella interviene la in-

ferencia estadística, al precisar que las muestras sean aleatorias.

El objeto del diseño es la repetición del experimento para conseguir mayor precisión y la asignación aleatoria de los niveles del elemento estudiado a las unidades experimentales, con esto se asegura que ningún nivel resulte más favorecido que los otros y se disminuye el error experimental, al impedir una nueva fuente de variación que oculte las diferencias existentes entre los niveles del factor o elemento examinador.

Las técnicas más frecuentes son el análisis de la varianza y el análisis factorial, cuya misión es averiguar el grado de relación entre dos o más variables, teniendo en cuenta que esta conexión es de naturaleza aleatoria.

III.1.2.1 Análisis de la varianza

Los investigadores están interesados en diseñar experimentos que destaquen las diferencias entre las nuevas teorías y los métodos estandar, incluso hay veces que necesitan evaluar diseños experimentales.

La comparación simultánea de varias poblaciones, como por ejemplo, estudiar la productividad relativa de distintas clases de fertilizantes, confrontar la calidad de algunas marcas de neumáticos, etc., obliga a enlazar

las muestras dos a dos, y utilizar los métodos de contrastación clásicos, para de esta forma inferir los valores muestrales. El problema es, cómo generalizar a la vez todos los contrastes, y lo que es peor, cuando se incorporan nuevas muestras para su evaluación aumenta considerablemente el número de contrastes a realizar, incrementándose la probabilidad de que las conclusiones sean erróneas.

Si de cinco poblaciones se extraen cinco muestras, el número de contrastes a realizar son $\binom{5}{2} = 10$. Fijado el nivel de significación al 5%, los diez contrastes de la *t* de Student respecto de las medias muestrales proporciona una probabilidad de llegar a la decisión correcta de $0,95^{10}$, luego la probabilidad de obtener por lo menos un resultado erróneo es $1 - 0,95^{10} = 0,40$, es decir, tendríamos un error de primera especie en más del 40% de las veces.

El análisis de la varianza es una técnica para el contraste simultáneo de la igualdad de medias de más de dos poblaciones, en lugar de hacerlo dos a dos. El primero que lo aplicó fue Fisher en la resolución de dificultades propias de experimentos agrícolas, por eso la terminología se encuentra plagada de vocablos como parcelas o bloques en relación a la tierra y de tratamientos que aluden a variedades de semillas, fertilizantes o métodos de cultivo.

W.G. Cochran en "Some Consequences when the assumptions for the Analysis of variance are not Satisfied", 1947, expone las condiciones necesarias para que el análisis de la varianza tenga validez. Lo considera un método de interdependencia que contrasta la heterogeneidad entre distintas poblaciones distribuidas normalmente y con varianza común, los tratamientos y los efectos del ambiente deben ser aditivos; mientras que los errores experimentales o residuos tienen que ser independientes y su distribución $N(0, \sigma)$. En el caso de empezar con varianzas diferentes, antes que nada, hay que contrastar la igualdad de varianzas poblacionales.

La hipótesis nula es $H_0: U_1 = U_2 = \dots = U_k$ ($i = 1, 2, \dots, k$), mientras que la hipótesis alternativa consiste en $H_1: \exists U_s \neq U_t$. Para contrastarlas separamos o desglosamos la variación observada en las componentes muestrales X_i , lo que nos ayuda a determinar si esta variedad es atribuible o no a las distintas causas que suponemos influyen o si por el contrario se debe al azar.

Si las poblaciones son homogéneas no cabe duda que nuestro objeto de estudio es la causa determinante de las diferencias encontradas en las X_i , pero si son heterogéneas necesitamos reparar en otras causas que influyen y podemos hacerlo de dos formas:

- a) Realizando un análisis marginal, según el cual, las causas que añadimos no actúan sobre la causa

propuesta inicialmente.

- b) Abordar el estudio de las diferencias partiendo de la investigación conjunta de todas las causas, pues las consideramos interdependientes.

Esto da lugar a una primera clasificación atendiendo al objetivo que pretende el análisis, de tal forma que si se tiene en cuenta una causa el modelo es de clasificación simple y con varias causas simultáneas, el modelo es de clasificación múltiple.

En un modelo de clasificación doble es muy probable que junto a las dos causas que se examinan, existan otras que hemos marginado y que en unión de las dos anteriores explicarían totalmente la heterogeneidad entre las poblaciones. Para evitar esta marginación se debe agrupar de manera adecuada la información estadística obtenida de las poblaciones, procurando que los datos de los distintos grupos no estén correlacionados.

Las modalidades que surgen motivan una segunda clasificación en modelos aleatorizados completamente y modelos aleatorizados en bloques. El diseño completamente aleatorizado tiene la ventaja de que es el más sencillo, pero sólo es útil cuando las diferencias entre las unidades experimentales son pequeñas y si el número de niveles del factor estudiado es reducido. Consiste en asignar al azar los tratamientos a la totalidad de las parcelas, por eso

la variación existente entre dos unidades sometidas al mismo nivel de factor se atribuye al error experimental, mientras que la variedad manifiesta al aplicarse a dos niveles diferentes se explicará por el error y por los distintos efectos de los niveles.

El diseño en bloques aleatorizados se emplea en los casos en que la variabilidad y la homogeneidad de las unidades experimentales es grande.

Cuando hay poca homogeneidad no sabemos si las diferencias encontradas entre dos unidades se deben a que los efectos reales de los tratamientos son distintos o a la heterogeneidad de los datos disponibles. Por eso se dividen las unidades experimentales en sustratos muy homogéneos, realizando después la distribución aleatoria dentro de cada bloque, de tal forma que las diferencias observacionales en un mismo bloque se deberán a la variabilidad entre las parcelas del bloque y a los distintos efectos producidos por los tratamientos, mientras que las diferencias observacionales entre bloques son causadas por lo anterior y además influye la variabilidad de los bloques.

¿Qué alcance concedemos a las conclusiones del análisis de la varianza? Tenemos dos posibilidades, una es obtener información completa limitando la inferencia que realizamos respecto de la influencia o efectos de las causas a las poblaciones seleccionadas inicialmente, la otra

es generalizar a un colectivo más amplio, del cual las poblaciones citadas son sólo una parte, produciéndose incompletitud informativa que es fuente de aleatoriedad y justifica la clasificación en modelos de efectos fijos y modelos de efectos aleatorios.

Como las clasificaciones citadas no se excluyen entre sí, permiten elaborar la siguiente tipología del análisis de la varianza:

<u>Modelos de clasificación</u>	<u>Aleatorizados</u>	<u>de Efectos</u>
Simple	Completamente	Fijos
		Aleatorios
	En bloques	Fijos
		Aleatorios
Doble	Completamente	Fijos
		Aleatorios
	En bloques	Fijos
		Aleatorios
etc.		

Los problemas que surgen al manejar poblaciones con distribución de probabilidad distinta a la normal han sido estudiados por M.G. Kendall en "The Advanced Theory of Statistics", 1947. Aunque Fisher fue el primero en comprobar que la hipótesis de no normalidad aplicada a los residuos, no introducía errores graves, excepto en los casos en que había asimetría máxima en la distribución

de probabilidad considerada. Según sus cálculos, la no normalidad para un nivel de significación del 1% hace que la probabilidad verdadera de la F de Snedecor esté situada entre el 0,5% y el 2%, y si aumentamos el nivel de significación hasta el 5%, la probabilidad verdadera de la F variará del 4% al 7%. Luego, estas diferencias se producen porque la no normalidad comporta la aceptación de demasiados resultados como significativos.

La parte básica del análisis de la varianza es que permite la descomposición de toda la información potencial de los datos en partes distintas que reflejan aspectos específicos del experimento, consiguiendo la separación e identificación de los factores que contribuyen a la dispersión de los datos observados.

$$STC = SCD + SCE$$

La suma total de cuadrados STC mide la variabilidad muestral general y es igual a la suma de cuadrados dentro SCD que refleja las diferencias producidas por el azar muestral y por las causas no incorporadas en el análisis, más la suma de cuadrados entre SCE que justifica la fluctuación muestral y la incidencia de la causa o factor estudiado, es decir, existe sólo cuando hay heterogeneidad entre las poblaciones, si H_0 es cierta recoge sólo la fluctuación muestral.

La contrastación de la hipótesis nula H_0 requiere el ela

borar un estadístico d , tal que:

$$\alpha = P(d > d_{\alpha}/H_0)$$

Cada uno de los modelos descritos con anterioridad da lugar a una distribución distinta del estadístico d , así por ejemplo, en el modelo de clasificación simple, completamente aleatorizado y con efectos fijos,

$$d = \frac{SCE/K-1}{SCD/K(n-1)}$$

se distribuye como una $F_{K-1, K(n-1)}$, siendo K el número de poblaciones y n el tamaño de todas las muestras. Luego, la región crítica es:

$$d > F_{K-1, K(n-1)}(\alpha)$$

Si la hipótesis H_0 de igualdad de medias resulta rechazada, el análisis de la varianza no indica dónde reside la diferencia entre las poblaciones, es decir, no precisa cuál es la población cuya media difiere de las demás y para averiguarlo hay que bajar al contraste dos a dos.

El problema surge entonces con la transitividad, pudiéndose rechazar que tres medias de tres poblaciones sean iguales y sin embargo lo son dos a dos. La transitividad no tiene necesariamente que darse en un espacio estocástico.

III.1.2.2 Análisis factorial

Se denomina análisis factorial a un conjunto de métodos caracterizados por intentar reducir la dimensión de la estructura con la que describimos una parte de la realidad, en base a la proyección de un espacio de dimensión K , delimitado por las características inicialmente observadas, en el espacio definido por las cualidades más relevantes.

Como veremos después, los modelos de regresión presuponen cuáles son las variables explicativas y qué variable es la explicada, además consideran que a esta relación de dependencia le corresponde una determinada estructura matemática, que normalmente viene descrita por una función. El estudio de la regresión tiene varias fases, comienza calculando los parámetros mediante la estimación, para después contrastar o validar el modelo con tests, estudiar la correlación, etc. Al final te puedes encontrar con que la determinación es muy pequeña, incluso con el caso extremo de que los coeficientes de regresión son nulos, teniendo que admitir que el modelo elegido no explica nada.

En el análisis factorial ocurre todo lo contrario, se escogen como variables explicativas todas las variables que puedan existir y en cuanto a su estructura surgirá sólo si realmente la hay, y si no, no saldrá. Esto hace

que sea innecesario contrastar a posteriori el modelo, pues emerge del conjunto de observaciones.

Otra particularidad del análisis factorial, es que permite trabajar simultáneamente con magnitudes o variables cualitativas, cuantitativas, discretas, continuas, homogéneas o heterogéneas. Por eso, las estructuras que proporciona suelen ser lineales, ya que la linealidad es la única que respeta la cualidad de cada elemento que interviene. En cuanto al análisis de regresión y al de la varianza trabajan siempre con todas las variables explicativas en la misma unidad de medida.

Todo proceso de observación debe permitir el máximo conocimiento de la realidad examinada, una profunda noción de los instrumentos empleados y unos objetivos específicos que alcanzar. Cuando se habla de recoger la posición relativa de los datos nos estamos refiriendo a la proximidad o lejanía de los mismos y, por tanto, a la distancia que hay entre ellos.

Desde el punto de vista matemático existen tres escalas, la nominal $A \neq B$ que procede de la equivalencia y de la clasificación (sí - no, hombre - mujer, etc.), la de orden $A < B$ que especifica (mayor - menor), y la de intervalos $B - A = 5$ unidades. La cuantificación es muy importante, ya que al ascender en el nivel de las escalas se obtiene más información, comprobándose fácilmente que la de intervalos incluye la de orden y las dos la nomi-

nal. El ideal es llegar a la máxima escala, aunque hay veces que no podemos acceder a ella o bien no es necesario tanto aporte informativo en la solución de un problema concreto.

El proceso de medición de las K características que se quieren estudiar sobre el conjunto de observaciones produce una K -upla de estructuras de distinta naturaleza, de orden, nominales o de intervalo; definiendo cada estructura una dimensión. En consecuencia, las estructuras obtenidas con el análisis factorial no pueden agregarse porque son heterogéneas.

En el análisis factorial la influencia del observador no es definitiva, si bien el subjetivismo interviene en la representatividad de la tabla de datos X , ya que contribuye en la elección de las características que permiten establecer la pertenencia de una observación a dicho conjunto. Mientras que las restricciones tienen mayor transcendencia, pues señalan las situaciones en las que se puede emplear dicho análisis, clarifican sus limitaciones y resaltan los inconvenientes.

Aparecen restricciones cuando se considera que el conjunto de observaciones X es un espacio vectorial, cuya dimensión es K si nos referimos a las observaciones y N si reparamos en las características. Esta información acepta que la suma de dos observaciones es otra observación y de forma equivalente que la suma de dos características

es otra característica. Generalizándolo según las dos operaciones que configuran la estructura de espacio vectorial, tendremos que toda combinación lineal de observaciones será una observación y también, la combinación lineal de características dará lugar a una característica. Por tanto, en el caso de que carezca de sentido combinar determinadas observaciones o características no podremos emplear el análisis factorial.

Con los espacios ocurre lo mismo que con las escalas de medida. El más sencillo es el topológico que se refiere a (cerca - lejos), después está el proyectivo que detalla (delante - detrás - derecha - izquierda), y finalmente el espacio métrico que incluye una distancia, es decir, una métrica. El espacio métrico proporciona más información que el proyectivo y ambos más que el topológico.

Asimismo, haremos la conjetura de que la naturaleza de los datos es una restricción impuesta que influye en la elección de la distancia entre dos vectores observación, o bien, entre dos vectores característica.

Si partimos exclusivamente de dos observaciones, el análisis de regresión implica una proyección sobre el eje de la variable explicativa prefijada, que produce una deformación de la posición relativa entre los dos puntos del conjunto de observaciones. El planteamiento del análisis factorial es totalmente distinto, ya que busca un nue-

vo sistema de referencia que recoja lo mejor posible la variabilidad de las observaciones. Con un simple giro o rotación de los dos ejes iniciales se obtienen dos direcciones inéditas denominadas factores, que se caracterizan por ser una, paralela al segmento que une los dos puntos y, por tanto, explica el 100% de la distancia que los separa; mientras que la otra no explica nada, el 0%, debido a que la proyección sobre ella es un punto. Los ejes se giran hasta la posición donde la pérdida de información es mínima.

En la reducción de dimensión del espacio vectorial ni intervienen restricciones ni contribuye el subjetivismo, sólo hay que tener en cuenta el principio de minimización de la pérdida de información referente a la posición relativa de las observaciones o de las características, según sea el caso.

El proceso de disminución de dimensión posee dos peculiaridades, una es que las particiones y ordenaciones simultáneas que obtiene conservan la máxima información acerca de la posición relativa de los puntos que representan observaciones o características. El otro, se refiere a la consecución de varios ejes factoriales con los que describir las relaciones esenciales y determinantes de la estructura real de los datos, que permanecen ocultas a la observación directa debido a la complejidad de la información inicial.

Los ejes factoriales se seleccionan de tal forma que optimicen la inercia de la nube de puntos, lo que se consigue si la posición relativa entre dos puntos cualesquiera permanece inalterable.

El control de la participación de cada una de las variables en el comportamiento de la nube de puntos, se consigue mediante los correspondientes autovalores que definen los autovectores como direcciones principales del elipsoide de inercia. Los autovalores expresan el porcentaje de explicación de cada una de las variables respecto de la posición relativa del conjunto de puntos de la nube, lo que permite jerarquizarlas de mayor a menor poder descriptivo.

El método factorial es de aproximación vigilada, en cualquier momento conoces el error que cometes al excluir alguna variable del análisis, pues la suma de los autovalores de las variables que aceptas informa del grado de explicación que consigues con ellas y la suma de los autovalores de las variables que rechazas indica la explicación que pierdes.

Lo normal es que entre la primera, segunda y tercera variable o factor se explique del 98 al 99% del conjunto de observaciones, esto hace que la supresión del resto de las variables contenga un coste que no suele llegar al 2%. Además, como todas las variables están jerarquizadas siempre se puede mejorar la aproximación incluyendo

nuevas variables.

Hemos visto que la jerarquía proporcionada por el análisis factorial se fundamenta en la elección de una distancia o diferencia entre los elementos de la tabla, permitiéndonos conocer los distintos grados de pérdida de información que conlleva la sucesiva reducción de dimensión. Los umbrales de cada variable, una vez escogida la pérdida de información que estamos dispuestos a asumir, facilita la elección de cuantas variables se utilizarán.

Describiremos ahora el método factorial, empezando por suponer dado el espacio vectorial R^k en el que se sitúa una nube de N puntos definida por las coordenadas X_{ij} , tal que $i = 1, \dots, N$ y $j = 1, \dots, k$. Cada punto está provisto de una masa m_i y la métrica utilizada es la euclidiana canónica, por tanto, el producto escalar de dos vectores será el producto matricial de la traspuesta de uno de los dos vectores columna por el otro vector.

Cada dirección de R^k se puede representar mediante un vector unitario U , de coordenadas U_j . La inercia explicada por la dirección U respecto del punto P que normalmente es el origen, aunque a veces se utiliza el centro de gravedad de la nube de puntos, es la inercia de los puntos Z_i obtenidos al proyectar ortogonalmente los X_{ij} sobre el vector U .

La inercia total de la nube de puntos $N(I)$ respecto

de P se expresa, $I_{np}(I) = \sum_i m_i ||X_{ij} - P||^2$, mientras que la inercia de la dirección U se formula así:

$$\begin{aligned} I_n(U) &= \sum_i m_i ||Z_i||^2 = \sum_i m_i U' X_i X_i' U = \\ &= U' \left[\sum_i m_i X_i X_i' \right] U = U' V U \end{aligned}$$

La matriz $V = \sum_i m_i X_i X_i'$ es de orden (K, K) , se puede diagonalizar, como $V_{jj'} = V_{j'j}$; también es simétrica, de término general $V_{jj'} = \sum_i m_i X_{ij} X_{ij'}$, y con valores propios λ , todos ellos positivos o nulos, ordenados de mayor a menor poder explicativo $(\lambda_1, \dots, \lambda_k)$.

La búsqueda del primer eje factorial consiste en encontrar una dirección del espacio que maximice la expresión $I_n(U) = U' V U$. El método empleado es el de Lagrange, bajo la condición de que $U' U = 1$.

$$L = U' V U - \lambda U' U$$

$$\frac{\partial L}{\partial U} = 2 (V U - \lambda U) = 0$$

$$V U = \lambda U$$

El primer eje factorial es uno de los vectores propios de V , que denominaremos U_1 , y como el multiplicador de Lagrange es igual al valor propio asociado a él, $V U_1 = \lambda_1 U_1$, tendremos que $I_n(U_1) = U_1' V U_1 = \lambda_1$. La inercia explicada por el eje factorial U_1 es λ_1 , el valor propio más grande de V .

La diagonalización tiene una argumentación lógica

sencilla, pero como hay que aplicarlo iterativamente necesita un gran volumen de cálculos. Es en esta etapa donde el análisis factorial consume el mayor tiempo-máquina, que se incrementará al ir aumentando la dimensión de V .

Aunque el análisis factorial surge en 1920, se abandona debido a la magnitud de los cálculos. La aparición de los ordenadores a mediados de los años sesenta hace que se vuelva a reconsiderar su utilización, pero de todas formas el número de experiencias con este tipo de técnicas es escaso, por eso muchas de las interpretaciones están todavía por hacerse e incluso las pocas interpretaciones existentes resultan poco familiares.

El subespacio de P dimensiones que especifica la máxima inercia es el que contiene los P primeros vectores propios U_1, \dots, U_P de V . La inercia explicada por un subespacio es igual a la suma de sus valores propios correspondientes $\lambda_1 + \dots + \lambda_P$. Por tanto, si $P = K$, la inercia justificada con la traza de V ($T_r = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_K$) es la de todo el espacio.

Los ejes factoriales hallados son las direcciones del espacio a lo largo de las cuales se conserva la mejor representación de las distancias entre los puntos de la nube. Se puede medir la parte de inercia explicada por un eje factorial cualquiera de rango α , con tal de especificar el cociente λ_α / T_r .

Finalmente se escogen tantos ejes factoriales como nivel de explicación se pretenda, en base a seleccionar tantos autovalores correspondientes a los ejes, cuya suma sea la inercia escogida.

J.P. Guilford en "When not to factor Analyze", 1952, describe cuáles son los errores más frecuentes a la hora de aplicar el análisis factorial. Entre ellos destacaremos los siguientes:

- 1º) Recoger los datos antes de planificar el análisis factorial.
- 2º) Emplear variables con distribuciones muy sesgadas y regresiones no lineales.
- 3º) Incluir variables similares.
- 4º) Utilizar variables dependientes entre sí.
- 5º) Seleccionar un número elevado de factores, ya que son necesarios más de cinco variables por cada factor.
- 6º) Elegir un tamaño muestral tan pequeño que impida conseguir correlaciones estables.
- 7º) Combinar dos grupos distintos con estructuras factoriales diferentes.
- 8º) Concebir una solución ortogonal en los casos en que una solución oblicua proporciona la re-

presentación de los datos óptima.

9*) Producir un grado de oblicuidad injustificado.

10*) Sacar conclusiones acerca de los factores sin poseer suficiente evidencia verificadora, tal cosa ocurre cuando la explicación de los autovalores es pequeña y no existe información externa confirmadora.

III.1.2.2.1 Análisis de componentes principales

El primero en utilizar el análisis de componentes principales fue Hotelling en 1933, de manera que es el más antiguo de los métodos de análisis de datos. Se basa en la idea de que los puntos próximos de la nube suelen representar comportamientos análogos, por eso conviene estudiar la mayor o menor cercanía entre los datos en lugar de averiguar cuál es la posición de la nube respecto de un sistema de referencia. Su interés práctico es enorme, ya que puede emplearse en el estudio de las matrices de correlaciones y también en el de las tablas de distancias.

El análisis de componentes principales consiste en proyectar la nube de P puntos en R^K sobre unos planos, de tal manera que la proyección, deforme lo menos posible la estructura de los datos.

Supondremos que la nube de P puntos representativa de N individuos sobre los que observamos los valores de K variables es centrada y normada, es decir, que cada variable ha sufrido una transformación lineal por la que su media pasa a ser cero y su varianza uno.

Siendo K_{ij} el valor de la variable j para el individuo i , tendremos como nuevos valores:

$$X_{ij} = \frac{K_{ij} - \bar{K}_j}{\sigma_j}$$

con,

$$\bar{K}_j = \frac{1}{N} \sum_i K_{ij}$$

y,

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N} \sum_i (K_{ij} - \bar{K}_j)^2$$

Además, asociamos una masa unidad a cada punto X_i .

Esta transformación permite eliminar el efecto arbitrario producido por la elección de unidades de medida en la nube de puntos $N(I)$ y el centro de gravedad se encuentra en el origen de R^K , por tanto, utilizaremos la métrica euclidiana canónica.

El siguiente paso es diagonalizar la matriz simétrica V de tamaño (K,K) , con término general:

$$V_{jj'} = \sum_i X_{ij} X_{ij'}$$

ya que $m_i = 1$.

Designando por X a la matriz (N,K) de los X_{ij} tendremos que $V = X'X$.

Una vez identificados los valores y vectores propios de V se puede visualizar la nube $N(I)$ mediante su proyección sobre los planos definidos por los pares de vectores propios. La proximidad entre dos puntos X_i y X_i' significa que los valores de K_{ij} y de $K_{i',j}$ están muy cerca el uno del otro para todos los j .

La inercia total de la nube de puntos $N(I)$ es igual a NK , al ser la varianza uno a lo largo de cada eje en la base canónica. Por consiguiente, la varianza total es igual a K y como la inercia es el producto de la varianza por la masa total, resulta que valdrá NK . Sabemos también que la inercia explicada por el primer eje factorial es forzosamente superior o igual a la inercia justificada mediante uno de los ejes de la base canónica, donde:

$$\lambda_1 \geq N, \quad r_1 \geq \frac{1}{K}$$

Si en vez de construir y analizar la nube de individuos nos interesa aplicar el análisis de componentes principales a la nube de variables $N(J)$, asociaremos a cada variable j un punto y_j de R^N , siendo la i -ésima coordenada:

$$y_{ij} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$x_{ij} = \frac{K_{ij} - \bar{K}_j}{\sigma_j \sqrt{N}}$$

La masa de cada punto y_j se toma como la unidad para simplificar.

y_j se obtiene a partir de P_j mediante dos operaciones, proyección sobre el subespacio de $N-1$ dimensiones ortogonal al vector donde todas las componentes son uno y proyección del centro en una esfera de origen cero y radio uno. Por eso, todos los puntos y_j están situados sobre la esfera $(0,1)$ y en el subespacio ortogonal al vector $(1,1,1,\dots,1)$.

El coeficiente de correlación entre las variables j y j' es:

$$\begin{aligned} \rho_{jj'} &= \frac{\text{cov}(j,j')}{\sigma_j \sigma_{j'}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_i (n_{ij} - \bar{n}_j)(n_{ij'} - \bar{n}_{j'})}{\sigma_j \sigma_{j'}} = \\ &= \frac{1}{N} v_{jj'} \end{aligned}$$

mientras que el coeficiente de correlación de las variables j y j' es igual al producto escalar de los vectores y_j' e $y_{j'}$.

La distancia entre y_j e $y_{j'}$, depende del coeficiente de correlación $\rho_{jj'}$, $= y_j' y_{j'}$, pues:

$$\begin{aligned} ||y_j - y_{j'}||^2 &= ||y_j||^2 + ||y_{j'}||^2 - 2 y_j' y_{j'} \\ ||y_j||^2 &= ||y_{j'}||^2 = 1 \end{aligned}$$

luego:

$$||y_j - y_{j'}||^2 = 2(1 - \rho_{jj'})$$

Produciéndose los siguientes casos:

- a) Si las variables j y j' tienen una correlación de $+1$, los dos puntos se confunden:

$$||y_j - y_{j'}|| = 0$$

- b) Si j y j' son independientes $\rho_{jj'} = 0$, entonces los vectores $(y_j, y_{j'})$ son ortogonales, resultando que:

$$||y_j - y_{j'}|| = 2$$

- c) Si la correlación de las variables (j, j') es -1 , $||y_j - y_{j'}|| = 2$, por tanto, los puntos $(y_j, y_{j'})$ se encuentran en lugares diametralmente opuestos sobre la esfera $(0,1)$.

La nube $N(I)$ de puntos-variables no está nunca centrada, pues el origen no coincide con su centro de gravedad. Para realizar el análisis factorial de $N(I)$ a partir de su origen necesitamos diagonalizar la matriz Γ de orden (N,N) y con término general:

$$\gamma_{ii'} = \sum_j y_{ij} y_{i'j} = \frac{1}{N} \sum_j x_{ij} x_{i'j}$$

Luego $\Gamma = \frac{1}{N} XX'$, siendo X la matriz (N,K) de los x_{ij} .

Γ tiene los mismos vectores propios que $V = XX'$ y sus valores propios son los de V divididos por N :

$$\left(\frac{\lambda_1}{N}, \frac{\lambda_2}{N}, \dots, \frac{\lambda_a}{N}, \dots\right)$$

Entonces, la inercia total de $N(J)$ será K .

U_α es el vector propio de V asociado al valor propio $\lambda_\alpha \neq 0$, W_α es el vector propio unitario de r asociado al valor propio λ_α/N . Definiendo $W_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \times U_\alpha$, que también puede expresarse como $U_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \times W_\alpha$, se logra calcular las coordenadas de los puntos-individuo sobre los ejes factoriales $F_\alpha(i)$ si se conocen los vectores y valores propios de la matriz de inercia de los puntos-variable.

La coordenada $F_\alpha(i)$ de X_i sobre U_α es la i -ésima coordenada del vector XU_α de R^N , que representamos por:

$$F_\alpha(i) = W_{\alpha i} \sqrt{\lambda_\alpha}$$

Recíprocamente, es suficiente con saber cuál es la matriz de inercia de los puntos-individuo para lograr una representación euclidiana de los puntos-variable. La coordenada $G_\alpha(j)$ de y_j sobre el eje factorial unitario W_α es la j -ésima coordenada del vector $\frac{1}{\sqrt{N}} \times W_\alpha$ de R^K , donde:

$$G_\alpha(j) = U_{\alpha j} \sqrt{\frac{\lambda_\alpha}{N}}$$

Estas relaciones son el origen de dos aplicaciones del análisis de componentes principales, la representación euclidiana de un conjunto de variables a partir de una

matriz de correlaciones y la representación euclidiana de un conjunto de individuos apoyándose en una tabla de distancias.

Las coordenadas de los puntos sobre un eje factorial cualquiera son proporcionales a los cosenos directores del eje factorial asociado perteneciente al análisis alternativo, con independencia de que nos estemos refiriendo a los puntos-individuo o a los puntos-variable.

Con la utilización de un análisis factorial único y la propiedad anterior, se consiguen las proyecciones de las nubes $N(I)$ y $N(J)$ sobre los ejes factoriales asociados U_a y W_a .

$$F_a(i) = \sqrt{\frac{N}{\lambda_a}} \sum_j X_{ij} G_a(j)$$

$$G_a(j) = \frac{1}{\sqrt{N \lambda_a}} \sum_i X_{ij} F_a(i)$$

En el análisis de componentes principales se rotan los ejes y aunque esto puede parecer que mantiene la dimensión del espacio, realmente la disminuye, ya que habrá ejes que no expliquen nada y podemos olvidarnos de ellos.

En cuanto a sus limitaciones, tenemos que con una población dada, los resultados del análisis dependerán de cómo esté configurada la nube $N(J)$, es decir, de qué variables escojamos. Por otra parte, la proyección sobre los planos formados por pares de ejes factoriales suele

deformar la nube, pues se alteran más unos puntos que otros. Asimismo, hay veces que resulta imposible asegurar la certeza de los ejes factoriales, o su explicación es tan evidente que el análisis se considera innecesario. Conjuntamente con los casos anteriores encontramos que no siempre es posible dar una interpretación económica de los ejes.

III.1.2.2.2 Análisis de correspondencias

En tanto que mecanismo de cálculo, el análisis de correspondencias puede aplicarse a cualquier tabla de números positivos o nulos, pero si queremos que los resultados tengan interpretación se debe utilizar nada más que en tablas de contingencia y por extensión en otras que no siéndolo se transforman con ponderaciones en tablas de contingencia. Esta extensión presenta ciertos riesgos y sus conclusiones hay que aceptarlas con prudencia.

Una tabla es de contingencia si tiene sentido la suma de casos, ya sea por filas o por columnas, aunque con modificaciones también se consideran de contingencia, las tablas yuxtapuestas de contingencia, las tablas de signos, las tablas lógicas, series cronológicas, etc.

Comenzaremos el estudio de este análisis con la especificación de una correspondencia entre dos conjuntos finitos I y J mediante una ley de probabilidad P_{IJ} sobre el

producto $I \times J$. En las aplicaciones prácticas nunca se conoce el valor de P_{IJ} , sino la distribución de frecuencias empíricas f_{IJ} observada en una población E .

La población E posee S elementos de los que N son modalidades I , y K son modalidades de J . Para N y K finitos el entrecruzamiento $I \times J$ es una tabla de contingencia de N filas y K columnas, con término general S_{ij} .

Suponiendo que las frecuencias empíricas f_{ij} se obtienen como $f_{ij} = S_{ij}/S$ se puede asociar a la tabla de contingencia dos nubes de puntos $N(I)$ y $N(J)$. $N(I)$ está formada por N puntos X_i situados en el espacio R^K , cada uno con masa f_i y coordenada $X_{ij} = f_{ij}^i$; mientras que $N(J)$ se compone de K puntos y_j de R^N , con masa f_j y coordenadas $y_{ij} = f_{ij}^j$.

En $N(I)$ se utiliza la métrica chi-cuadrado centrada sobre la distribución marginal f_j , tal que:

$$d^2(X_i, X_{i'}) = \sum_j \frac{1}{f_j} (f_{ij}^i - f_{i'j}^i)^2$$

De forma equivalente $N(J)$ emplea la métrica chi-cuadrado centrada en la marginal f_i para:

$$d^2(y_j, y_{j'}) = \sum_i \frac{1}{f_i} (f_{ij}^j - f_{ij'}^j)^2$$

El análisis de las correspondencias tiene la ventaja de que la chi-cuadrado es una función de entropía que mide la cantidad de información que se pierde al ir reduciendo la dimensión de la estructura.

En el caso de querer usar la métrica euclidiana canónica hay que modificar las coordenadas de los puntos. Esta simplificación de la métrica va a suponer una mayor complejidad en las coordenadas, ya que:

$$x_{ij} = \frac{1}{\sqrt{f_j}} f_j^i$$

$$y_{ij} = \frac{1}{\sqrt{f_i}} f_i^j$$

La inercia de las nubes $N(I)$ y $N(J)$ es la medida aproximada de la información que aporta la tabla de contingencia. Así, por ejemplo, la inercia de $N(I)$ es igual a la distancia entre las distribuciones f_j^i y $f_j^{i'}$, calculada según la métrica chi-cuadrado y centrada sobre f_j . Esta proximidad o alejamiento de los puntos X_i y $X_{i'}$ de $N(I)$ se puede interpretar también como una separación entre estructuras.

De todas las métricas que permiten calcular una distancia entre distribuciones, la chi-cuadrado es la única que admite la equivalencia de las distribuciones. Según esta propiedad es factible reemplazar dos líneas i e i' de la tabla, tales que $f_j^i = f_j^{i'}$, por la fila i'' sin que se modifiquen las distancias $d^2(y_j, y_{j'})$ en la nube $N(J)$, pues $f_{i''i} = f_{ij} + f_{i'j}$.

Se reduce en una unidad el número de líneas de la tabla y la dimensión del espacio, sin variar las distancias de $N(J)$.

El acceder a una pérdida de información se justifica con la ganancia obtenida en significado, por eso la interpretación de los resultados es la etapa más larga e importante del proceso, exigiendo en ocasiones la realización de nuevos cálculos.

Veamos algunas conclusiones:

- 1*) La distancia entre las proyecciones de dos puntos i e i' de $N(I)$ es la imagen inferida mediante los efectos de perspectiva proyectiva de la distancia entre las distribuciones f_J^i y $f_J^{i'}$. Representación que lleva a considerar el análisis de correspondencias como un estudio detallado de las diferencias existentes entre la tabla de contingencia f_{IJ} y la tabla $f_{I.}f_{.J}$, producto de sus distribuciones marginales.

- 2*) La contribución a la inercia del punto X_i de masa f_i respecto del eje α es:

$$CTR_{\alpha}(i) = \frac{1}{\lambda_{\alpha}} f_i F_{\alpha}^2(i)$$

Si el valor de f_i es pequeño, un punto con $|F_{\alpha}(i)|$ muy grande puede no contribuir fuertemente a la inercia de ese eje y recíprocamente, un valor débil $|F_{\alpha}(i)|$ es factible que posea un gran $CTR_{\alpha}(i)$ si su masa f_i es abundante.

- 3*) Cada análisis de correspondencias comporta la realización de dos análisis factoriales, uno

sobre la nube $N(I)$ y otro respecto de $N(J)$. La ventaja está en que podemos transitar siempre que lo deseemos por los ejes U_a de $N(I)$ y W_a de $N(J)$ para pasar de una nube a otra.

- 4*) La interpretación demanda volver nuevamente a la tabla inicial de los K_{ij} , f_{ij} , f_j^i y f_i^j . Necesitamos utilizar estadísticas diferentes a las anteriores con la finalidad de que ayuden a precisar dicha tabla, las nuevas variables que obtengamos las representaremos como variables ilustrativas.

La variedad de casos prácticos desanima a realizar una sistematización más exhaustiva de las interpretaciones del análisis de correspondencias. Es un método empírico y por tanto susceptible de ampliarse, adaptarse, etc.

III.1.2.2.3 Análisis discriminante

El análisis discriminante es un método descriptivo y de estimación muy eficaz, además su campo de aplicaciones es extenso. Hay autores que lo consideran el procedimiento de regresión de las variables cualitativas.

Sea una población de N individuos sobre los que se miden K variables cuantitativas centradas. Los individuos están representados por una nube $N(I)$ de N puntos X_i en R^K , asociamos a cada X_i la masa unidad. Como las

variables toman los valores centrados X_{ij} el centro de gravedad de la nube está en el origen de R^K .

Incorporamos una variable cualitativa Y que asigna a cada individuo una única modalidad de las m que tiene Y , siendo n_K el número de individuos que posee la modalidad K . Por tanto, Y determina en I una partición, tal que $N(I_K)$ es la nube de individuos con la modalidad K .

$$N(I) = \bigcup_K N(I_K)$$

El centro de gravedad de $N(I_K)$ se denomina G_K , siendo su coordenada:

$$g_{jk} = \frac{1}{n_K} \sum_{i \in I_K} X_{ij}$$

con masa n_K .

Se puede generar una nube de m puntos G_K que designaremos $N(G)$.

Según el teorema de Huygens, la inercia de $N(I)$ se puede expresar como la suma de la inercia entre clases y la inercia interna de cada clase:

$$I_n(I) = I_n(G) + \sum_K I_n(I_K)$$

supondremos que la inercia interna corresponde a una nube $N'(I)$ de puntos $Z_i = X_i - G_K$.

Si denominamos T , E y D a las matrices de inercia respectivas de $N(I)$, $N(G)$ y $N'(I)$, el análisis discriminante consiste en descubrir una dirección U en R^K tal que,

$\frac{U'EU}{U'TU}$ sea máxima; lo que equivale a hacer máximo $\frac{U'EU}{U'DU}$ debido a la igualdad $U'TU = U'EU + U'DU$.

Se puede asociar una forma lineal $F(i) = (U/X_i)$ de varianza $\frac{1}{N} U'TU$, a todo vector unitario de R^K . Discriminar es intentar diferenciar, por tanto, la finalidad del análisis discriminante consiste en identificar cuál de las formas lineales definidas sobre las K variables j , es la que pone de manifiesto la mayor separación entre las clases.

Empleando los multiplicadores de Lagrange tenemos que:

$$L = U'EU - \lambda U'DU$$

$$\frac{\partial L}{\partial U} = 2 (EU - \lambda DU) = 0$$

Suponiendo que la matriz D posee inversa, obtenemos que $D^{-1}E = \lambda U$. La solución del análisis discriminante será el vector propio U de $D^{-1}E$ que contenga el mayor valor propio $\lambda = \frac{U'EU}{U'DU}$.

El procedimiento se complica cuando buscamos, no una dirección U , sino un subespacio definido por los vectores $U_1, \dots, U_q, \dots, U_p$; pues habrá que examinar la proyección de las nubes sobre este subespacio, teniendo en cuenta que la razón varianza entre clases y varianza en las clases debe ser máxima, que el operador $D^{-1}E$ no es simétrico y que en consecuencia los vectores propios no

son ortogonales. La forma de recuperar la simetría es haciendo un análisis factorial de la nube $N(G)$ en base a la métrica D^{-1} , aunque también se consigue diagonalizando el operador simétrico $D^{-\frac{1}{2}}ED^{-\frac{1}{2}}$.

Como el operador a diagonalizar $D^{-1}E$ es de dimensión K , el análisis discriminante resultará menos costoso si se limita el número de variables. Hay dos procedimientos que lo consiguen, realizar al principio del proceso un análisis en componentes principales y el método del paso a paso.

La transición por el análisis de componentes principales se usa cuando las variables están enlazadas mediante correlaciones fuertes, lo que permite reemplazarlas por un pequeño número de combinaciones lineales que conservan la mayor parte de la información aportada por ellas.

Las combinaciones lineales están asociadas a los primeros ejes $F_a(i)$ de un análisis en componentes principales, cuya particularidad reside en que son incorrelacionadas dos a dos y su inercia es conocida e igual a λ_a . Lo que lleva a considerar las variables:

$$\psi_a(i) = \frac{F_a(i)}{\sqrt{\lambda_a}}$$

con inercia unidad y tomadas por pares su correlación es nula.

El análisis discriminante queda limitado a diagona-

lizar la matriz de inercia entre las clases de E calculadas a partir de las $\psi_a(i)$, que son las coordenadas de una nube con matriz de inercia total T igual a la matriz unidad.

En cuanto al procedimiento paso a paso, diremos que obtiene un resultado aceptable para un coste no muy alto. El criterio que se utiliza en la selección de las variables es el hacer máxima la traza de $D^{-1}E$, es decir, maximizar el cociente $\frac{\text{varianza entre las clases}}{\text{varianza en las clases}}$, siendo:

$$\frac{1}{K} \sum_{a=1}^K \lambda_a = \frac{1}{K} \text{traza } (D^{-1}E)$$

Esta relación aumenta al hacerse más grande el valor de la traza de $D^{-1}E$, por lo que se irán escogiendo las variables según sea su proximidad en rendimiento a la seleccionada en primer lugar.

Hemos visto cómo el análisis discriminante pone en evidencia la partición realizada por la variable cualitativa Y en el conjunto de individuos de los que se han observado a la vez K variables j. Las mismas pruebas son válidas para realizar una clasificación de individuos suplementaria sobre los cuales se contemplan las K variables j, pero se desconoce la influencia de Y.

III.1.2.2.4 Análisis canónico

Los análisis de datos estudiados hasta ahora se

han justificado por sus grandes posibilidades de aplicación práctica. Este no es el caso del análisis canónico, ya que proporciona resultados difícilmente interpretables y su única defensa es que suministra una visión globalizada de algunos de los análisis ya descritos, como son el análisis de correspondencias y el discriminante.

El análisis canónico se efectúa en una población de N individuos sobre los que se observan los valores de P variables X_1, \dots, X_P y de Q variables Y_1, \dots, Y_Q . La matriz X de los valores X_{ij} que toma X_j para el individuo i es de tamaño (N, P) , mientras que la matriz Y de las Y_{jk} de Y_k para un individuo i es de tamaño (N, Q) .

A cada variable X_j e Y_k se le puede asociar un vector de R^N que denominaremos también X_j e Y_k respectivamente. Los vectores X_j determinan en R^N un subespacio de P dimensiones que representaremos mediante E_X ; los vectores Y_k establecen un subespacio de dimensión Q que llamaremos E_Y .

Una vez efectuado el producto escalar derivado de la métrica euclidiana ordinaria, $(Z/T) = \sum_i Z_i t_i$, el análisis canónico pretende encontrar dos vectores $Z \in E_X$, $T \in E_Y$ tales que $\cos(Z, T) = \frac{(Z/T)}{\|Z\| \cdot \|T\|}$ sea máximo.

Cuando aumenta el coseno entre dos vectores, el ángulo correspondiente se hace más pequeño, por tanto hemos de buscar dos direcciones E_X y E_Y que estén lo más

próximas posible.

Supongamos que aplicamos los multiplicadores de Lagrange para encontrar dos vectores $U \in R^P$ y $W \in R^Q$ tales que $U'X'X'U = W'Y'Y'W = 1$, siendo $U'X'Y'W$ máximo.

$$L = U'X'Y'W - \alpha U'X'X'U - \beta W'Y'Y'W$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial U} = X'Y'W - 2\alpha X'X'U = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial W} = Y'X'U - 2\beta Y'Y'W = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U'X'Y'W = 2\alpha U'X'X'U = 2\alpha \\ U'X'Y'W = 2\beta W'Y'Y'W = 2\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \beta = \frac{1}{2} \cos(Z, T) \\ \lambda = \cos^2(Z, T) = 4\alpha^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (X'X)^{-1} X'Y'W \\ W = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (Y'Y)^{-1} Y'X'U \end{cases}$$

La matriz $(X'X)$ tiene inversa porque los vectores x_j son libres en R^N .

La resolución del problema canónico se encuentra mediante ordenador y consiste en hallar los vectores propios U y W de los operadores:

$$\begin{cases} (X'X)^{-1} X'Y(Y'Y)^{-1} Y'X \\ (Y'Y)^{-1} Y'X(X'X)^{-1} X'Y \end{cases}$$

que corresponden al mayor de los valores propios de $\lambda = \cos^2(Z, T)$.

Las variables X_j e Y_K pueden ser cuantitativas o bien representar modalidades de una variable cualitativa, en cuyo caso $X_{ij} = 1$ si el individuo posee la modalidad representada por la columna j , $X_{ij} = 0$ si no es así. A veces se reemplazan los X_{ij} por $X_{ij} - \bar{X}_j$, pero esta operación no es indispensable en el análisis canónico y por lo general no se realiza.

III.1.3 Análisis de la regresión

La labor esencial de cualquier estudio científico es descubrir las relaciones generales entre las variables observadas y expresar la naturaleza de tales conexiones en forma matemáticamente precisa, de modo que se pueda predecir el valor de una variable en base al valor de otra.

La importancia de la decisión por asociación reside en que reduce los costes en la toma de decisiones, lo que se comprueba fácilmente, pues en muchos productos una prueba directa de su calidad requiere destruirlos físicamente, sin embargo, algunas de sus propiedades están relacionadas con las características de otros productos, pudiendo evaluar las primeras en función de las últimas. Así, por ejemplo, se determina la resistencia a la rotura de piezas fabricadas con polvo de metal comprimido, calculando la densidad media de las piezas; también, se precisa la re-

sistencia al aire de las juntas de las alas de los aviones computando el diámetro de las soldaduras, etc.

Si queremos ahorrar tiempo y dinero en la política de empleo de una empresa, en lugar de contratar el personal a prueba, se adopta la política de predecir la actuación de un solicitante de empleo al asociarla con los resultados de ciertos tests.

Podemos hallar que una o algunas de las variables explicativas son lo suficientemente precisas y permiten restringir la investigación a un número menor de variables. Incluso existe la posibilidad de aumentar la precisión de la predicción, asociando los cambios de unas variables con los de otras, que hacen estimaciones más exactas.

El estudio de la conexión entre variables tiene dos aspectos, el primero analiza el grado de correlación de las variables y el segundo concreta la regresión o relación funcional de las variables claramente conectadas. Ambos argumentos se pueden aplicar a dos variables, dando lugar al análisis simple y a tres o más variables, que es el análisis múltiple, sin olvidar que es factible su tratamiento de forma lineal o no lineal.

La posible asociación de las variables vamos a circunscribirla a solamente dos (X,Y) , en la hipótesis de que la vinculación entre las variables se establezca a

través de un modelo lineal, determinaremos el grado de relación existente entre ellas mediante el coeficiente de correlación poblacional ρ , que se define en términos de la covarianza de X e Y.

$$\rho = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad \text{tal que } -1 \leq \rho \leq +1$$

El coeficiente ρ es un número, pues se obtiene como cociente de la covarianza y el producto de sus respectivas desviaciones típicas. Cuando la $\text{cov}(X,Y) = 0$, ρ también vale cero indicando la ausencia de relación entre las dos variables; si la covariabilidad es perfecta encontramos dos eventualidades, que X e Y varíen en la misma dirección proporcionando un $\rho = +1$ y que evolucionen de forma opuesta obteniéndose $\rho = -1$.

No siempre son asequibles los datos poblacionales y entonces hay que recurrir al coeficiente de correlación muestral r extraído de una muestra de n pares de observaciones, suponiendo que los valores de X e Y son aleatorios, aunque no necesariamente independientes. La estimación conseguida en r no puede generalizarse a ρ debido al error muestral, por lo tanto, ni siquiera el signo de r tiene que coincidir con el correspondiente de ρ . Sin embargo al contrastar la hipótesis nula de que no existe correlación en la población encontramos que la distribución muestral de r sufre modificaciones con las variaciones de ρ y del tamaño muestral.

Cuando la distribución poblacional es desconocida, no se puede hallar el grado de relación entre X e Y con el coeficiente de correlación; la forma de obtenerlo consiste en extraer una muestra aleatoria de n pares de valores y con ella establecer la covariabilidad mediante el coeficiente de correlación por rango desarrollado en 1904, por C. Spearman.

El coeficiente de Spearman es bastante eficaz en los casos en que sólo se conoce el orden de los individuos de un grupo y si les podemos asignar un número que indique su rango. El uno se le concede al primero en cantidad, calidad, etc., el dos para el segundo y así sucesivamente hasta llegar al n-ésimo.

Llamando X_i al rango del individuo i-ésimo de la variable X e Y_i al de la variable Y, el coeficiente de correlación por rango de Spearman se define como:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (X_i - Y_i)^2}{n(n^2 - 1)} \quad \text{en el que } -1 \leq r_s \leq +1$$

Reflejando $r_s = -1$ la correlación perfecta negativa, $r_s = +1$ correlación perfecta positiva, y $r_s = 0$, ausencia de cualquier relación entre los dos conjuntos de rangos.

Los conceptos de correlación y de causalidad crean a veces confusión, siendo conveniente establecer sus diferencias. Así, por ejemplo, hay que resaltar, que la pre-

sencia de correlación no implica causalidad, pero la existencia de causalidad siempre requiere una conexión como la correlación. La evidencia estadística sólo llega a establecer la presencia o ausencia de relación entre las variables, en cuanto a que haya o no causalidad dependerá del razonamiento empleado.

Encontramos varios motivos que justifican la afirmación anterior, la causalidad no tiene que ser consecuencia de la correlación ya que esta asociación de las variables puede deberse a la aleatoriedad o a la influencia de un tercer factor común a las dos, o porque es imposible determinar cuál de las dos variables es la causa y cuál el efecto, por ser ambas causa-efecto al mismo tiempo, por intercambiar su carácter en ciertos momentos, etc.

Pasaremos ahora a describir el análisis de regresión. En realidad es un proceso de predicción que en la mayoría de los casos ignora cuál es la distribución poblacional y tiene que recurrir a datos muestrales para concretar la forma de la relación existente entre las variables poblacionales. Desarrollemos primero el modelo de regresión lineal simple.

La población del modelo de regresión simple es bivariente (X,Y) y en él se supone que los valores de una de las variables están en cierta forma conexiónados con la cuantía tomada por la otra variable. Se aprecian subpoblaciones de Y cuya medida es el valor esperado de Y

según una X dada, pudiendo expresar la relación media entre las variables con la ecuación lineal:

$$E(Y/X) = A + BX$$

Los valores de Y en cada subpoblación se representan de la forma $y = E(Y/X) + e$, donde e es la desviación del valor real de Y respecto del valor esperado, tal que $E(e) = 0$. Finalmente, supondremos que las varianzas de todas las subpoblaciones son idénticas entre sí e iguales a la varianza del error.

$$V(Y) = E [Y - E(Y/X)]^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \\ = V(e)$$

El objetivo principal de la regresión lineal consiste en estimar los coeficientes de regresión poblacional A y B , mediante n observaciones de pares muestrales $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$. Si no se conocen las distribuciones de las subpoblaciones Y , de acuerdo con el teorema de Gauss-Markov, el mejor estimador lineal de $(A+BX)$ se consigue con el método de los mínimos cuadrados. El método de los mínimos cuadrados minimiza la suma de las desviaciones al cuadrado de los valores de y reales respecto de los \hat{y} estimados, haciendo que:

$$\sum (y - \hat{y})^2 = \text{mínimo}$$

Si por el contrario, creemos que las distribuciones poblacionales son normales, podemos aplicar el método de

máxima verosimilitud para alcanzar un estimador insesgado de $(A+BX)$.

Las ecuaciones:

$$\sum y = na + b \sum x$$

$$\sum xy = a \sum x + b \sum x^2$$

posibilitan el cálculo de a y b , que son las estimaciones de A y B , tanto si empleamos el método de los mínimos cuadrados como si utilizamos el método de máxima verosimilitud.

La ecuación de regresión muestral $\hat{y} = a + bX$ sirve para predecir el valor medio de Y , o el valor de una observación individual de Y respecto de cada dato concreto de X , de tal forma, que sus predicciones serán más o menos fiables, dependiendo de la variabilidad en el ajuste entre los valores de Y y la línea de regresión. En calidad de medida aproximada de la relación existente entre las dos variables (X,Y) , tomaremos la desviación típica muestral $\hat{\sigma}_{YX}$, ya que al disminuir mejora los pronósticos elaborados por la ecuación. En cambio, los aumentos de tamaño muestral, proporcionan una regresión más exacta, pero no reducen significativamente la desviación típica.

Las inferencias basadas en la ecuación de regresión muestral, se encuentran con dos dificultades más; pues aunque $\hat{y} = a + bX$ sea idéntica a la verdadera ecuación de regresión poblacional, la predicción de los valores

de Y, conocidos los de X, pueden contener algún error si la conexión de las dos variables no es perfecta. El tamaño de este error no debido al muestreo se mide con la desviación típica poblacional de la regresión, pero los coeficientes de regresión poblacionales son desconocidos, lo que impide evaluar el error poblacional.

Introducimos otro error al vaticinar resultados con la ecuación de regresión muestral, ya que las estimaciones de A y B tenderán a variar de muestra en muestra. La medida de esta desviación de las muestras se realiza en términos de sus respectivas distribuciones de probabilidad.

Después de aceptar como válida la ecuación de regresión muestral se elabora un intervalo de confianza o banda de confianza para la línea de regresión poblacional $E(Y/X) = A + BX$. Los valores poblacionales de X se seleccionan de tal modo que resulten simétricos respecto de los muestrales X y así los cálculos de la segunda mitad son los duplicados de los anteriores.

Las conclusiones de las bandas de confianza se pueden resumir como:

- a) La desviación típica estimada de la regresión varía directamente con los intervalos de predicción.
- b) Los intervalos de predicción se modifican inver-

samente con el tamaño muestral n por dos razones, cuanto mayor es n , aumenta $\sum (X - \bar{X})^2$ y menor es el error típico; además, n grande hace que disminuya el valor crítico de t_{n-2} y que se estreche el intervalo de confianza.

- c) Grandes diferencias en los valores de Y reducen el intervalo, ya que $\sum (X - \bar{X})^2$ aumentará.
- d) Los límites de la predicción son más amplios a medida que los valores de X se alejan de \bar{X} , pues la cantidad $(X - \bar{X})^2$ se incrementa, produciendo un error típico mayor.

Hemos descrito la regresión lineal simple y el coeficiente de correlación, se han construido bajo supuestos distintos y la información suministrada resultó perfectamente diferenciada, pero existen algunos puntos de unión. Uno de ellos es que el tipo de relación coincide en ambos, lo que está confirmado por el hecho de que r tiene el mismo signo que b y fijado un nivel de significación, tanto r como b serán representativos o no, los dos a la vez. El valor de r , además de controlar el grado de asociación entre las variables, también puede considerarse una medida de la proximidad de los valores muestrales a la línea de regresión a través de r^2 , pues cuanto mayor es r mejor es el ajuste y más eficaz resulta la predicción con la ecuación de regresión.

Los métodos analíticos de la regresión y de la varianza son igualmente comparables, pues se aplican al mismo conjunto de datos y utilizan una lógica similar. Ambos se basan en las sumas de cuadrados que miden los cambios de las diferentes fuentes de variación. Sin embargo, el objetivo que persiguen con su investigación no es coincidente, por lo que unas veces nos interesarán las ventajas del análisis de la regresión y otras pretendemos calcular las diferencias entre las medias poblacionales con el análisis de la varianza.

Si generalizamos este análisis al caso de varias variables tendremos el análisis de regresión lineal múltiple en el que se supone que la variable dependiente Y se relaciona con K variables independientes, X_1, X_2, \dots, X_K , mediante una ecuación lineal:

$$E(Y/X_1, \dots, X_K) = A + B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_KX_K$$

siendo el valor individual de Y de la forma:

$$y = E(Y/X_1, \dots, X_K) + e$$

A y B_i son los coeficientes de regresión poblacionales, mientras que el error e es una variable aleatoria que mide la desviación de una y individual respecto del valor medio de Y asociado con un conjunto de medidas fijas de X_i .

Estimaremos A y B_i con a y b_i , de tal modo que:

$$\varepsilon(y - a - b_1 x_1 - \dots - b_k x_k)^2 = \text{mínimo}$$

Esto da lugar a un sistema de ecuaciones normales,
para las n observaciones de la muestra:

[illegible]

pero el procedimiento se alarga demasiado cuando el número de variables independientes es grande.

En el análisis de asociaciones múltiples, las variables pueden venir expresadas en diferentes unidades de medida, para facilitar la interpretación y la comparación de los coeficientes de regresión parciales b_i , podemos transformar los datos originales en porcentajes para realizar los cálculos.

Una vez resuelta la ecuación de regresión muestral, interesa saber si son significativos los valores obtenidos para los coeficientes parciales b_1 y si se puede deducir que los correspondientes coeficientes de regresión de la población alcancen valores distintos de cero. Estas dos cuestiones se comprueban con procedimientos estadísticos basados en el análisis de la varianza.

Las desviaciones totales de los valores Y con rela-

ción a la media estimada se puede dividir en dos partes independientes, una que mide la cantidad de variación en Y que es explicada por la regresión y otra que cuantifica la evolución de Y no incluida en la regresión, constituyendo, por lo tanto, las variaciones residuales o de error del muestreo. La F de Snedecor se emplea para contrastar la hipótesis nula $B_1 = B_2 = \dots = B_k = 0$.

Una extensión lógica del estudio de relaciones entre variables es suponer modelos de asociación curvilineal, ya que al observar el diagrama de dispersión elaborado con los datos muestrales, o debido a consideraciones teóricas, encontramos, a veces, que el ajuste adecuado es la regresión de forma no lineal.

En la Ciencia Económica, la teoría de la preferencia de la liquidez sugiere que la demanda de dinero en forma de saldos en efectivo es una función no lineal decreciente de la tasa de interés. También la ley de los rendimientos decrecientes señala que la producción total se relaciona no lineal y positivamente con la variable insumo, etc.

La relación no lineal más sencilla entre variables es la multinomial, si lo llevamos al campo de dos variables resulta un polinomio en el que la variable dependiente Y se aproxima mediante la expresión:

$$E(Y/X) = A + BX + CX^2 + \dots + NX^n$$

en donde x es la variable independiente.

La ecuación de regresión muestral resultante es:

$$y = a + bx + cx^2 + \dots + nx^n$$

a la que aplicamos el principio de los mínimos cuadrados para obtener un sistema de ecuaciones normales que proporcione los coeficientes de la regresión muestral a , b , c , ..., n ; pues son los estimadores de los coeficientes de la regresión poblacional.

En los casos en que no es posible aplicar la función polinomial, se puede recurrir a la función exponencial y si con ella no resolvemos el problema utilizamos la función potencial.

Cuando la representación de los datos muestrales extraídos de dos variables X e Y se pueden ajustar con una curva exponencial, la ecuación de regresión muestral consiste en $y = ab^x$, donde $a > 0$ para que Y aumente indefinidamente a medida que X se incrementa, si $b < 1$ la función se aproxima a cero asintóticamente al aumentar X y se incrementa ilimitadamente al ir disminuyendo X , si $b = 1$ tenemos que $Y = a$, por lo tanto, esta función no presenta máximo o mínimo. Para $a < 0$ la función es siempre negativa y se comporta como imagen refleja de lo descrito anteriormente.

La suma de cuadrados que minimizan la función exponencial es, $\sum (y - ab^x)^2 = \text{mínimo}$, y el conjunto de ecuacio-

nes normales que permiten calcular los coeficientes de regresión muestral a y b son:

$$b^x y = a + b^{2x}$$

$$b^{x-1} y = a + b^{2x-1}$$

Hay que tomar logaritmos en ambos miembros, ya que en todas las sumas aparece la incógnita b; además, esta transformación posibilita que consigamos una ecuación lineal de regresión denominada semilogarítmica,

$$\log ab^x = \log a + x \log b$$

con ella se pueden alcanzar los valores de a y b de la forma usual en la regresión lineal.

Para representar la relación entre x e y, cuando la función polinomial es impracticable, se puede recurrir también a la función potencial. Su ecuación de regresión muestral es $y = ax^b$, donde el valor de b condiciona la evolución de las variables x e y.

- 1º) Si $b > 1$, a medida que x aumenta su valor, y se incrementa con una tasa creciente.
- 2º) Si $0 < b < 1$, los incrementos de x provocan crecimientos de y a una tasa cada vez menor.
- 3º) Si $b = -1$, la función potencial se convierte en una hipérbola rectangular en la que $x \cdot y =$ constante.

4º) Si $b < -1$, los aumentos x conllevan tasas de disminución de y más que proporcionales.

5º) Finalmente, si $-1 < b < 0$, al incrementarse la x disminuirá la variable y a una tasa menor.

La precisión de las estimaciones proporcionadas por la curva de regresión potencial muestral mejora tomando logaritmos, $\log y = \log a + b \log x$. Con esta modificación doble logarítmica hemos obtenido una ecuación de regresión lineal simple, cuya resolución consiste en aplicar el principio de los mínimos cuadrados a los valores logarítmicos de las variables.

Resumiendo el método de regresión curvilínea, diremos que los coeficientes de regresión no lineal son estimaciones mínimas cuadráticas de los correspondientes coeficientes poblacionales. La proximidad del ajuste la mediremos con el coeficiente de correlación muestral r^2 , si la relación es simple, y con el coeficiente de determinación R^2 , en los casos en que la conexión sea múltiple. Los coeficientes de correlación parcial o de correlación simple de los modelos curvilíneos se calculan e interpretan igual que en los modelos lineales, pero sus valores se considerarán siempre positivos aunque la pendiente de la regresión curvilínea cambie de signo en diversos puntos.

En general, los datos se transforman, ya sea recíproca o logarítmicamente para conseguir que la asociación

entre las variables sea aproximadamente lineal. El interés por estas modificaciones lineales se debe a que facilita los cálculos extraordinariamente y a que la teoría estadística admite el supuesto de linealidad en su desarrollo básico.

III.2 ANALISIS DINAMICO

Un modelo de análisis de la realidad se convierte en dinámico, cuando las variables relacionan períodos de tiempo diferentes y tienen enlaces con el pasado o con el futuro a través de mecanismos tales como tendencias, retardos, tasas de cambio de las variables, hipótesis sobre las expectativas o procesos de ajuste parcial.

El análisis dinámico sirve para estudiar el camino seguido a lo largo del tiempo por las variables o algunas propiedades particulares de ese recorrido, al pasar de una posición de equilibrio a otra, debido a cambios en un parámetro o en una variable exógena.

En particular, interesa saber si la posición de equilibrio es estable y si una vez alcanzada puede mantenerse.

Diremos que una posición es totalmente estable cuando se llega con independencia de la situación de partida de las variables y que es parcialmente estable, si se imponen restricciones al comienzo del estudio de la evolu-

ción y el equilibrio se alcanza en el límite partiendo de condiciones iniciales no demasiado alejadas de él.

El establecer que la posición de equilibrio sea estable a lo largo del tiempo, simplifica los cálculos y permite realizar predicciones respecto del comportamiento de las variables en los instantes $t+1$, $t+2$, ..., mediante la proyección de las estimaciones de los valores de las variables en esos períodos de tiempo. El problema latente en este planteamiento es que se halla en contradicción con la idea de dinamismo, según la cual, habría que analizar las modificaciones producidas en las relaciones que conectan las variables, en lugar de enunciarlas temporalizadas.

Como queremos determinar el camino seguido a lo largo del tiempo por las variables endógenas del sistema, tenemos que representar la serie temporal de datos mediante una función temporal que relacione la variable endógena con las variables exógenas y los parámetros estructurales. Esto proporciona un diagrama y para obtenerlo hay que resolver la ecuación en diferencias finitas correspondiente.

El análisis dinámico y el estático están conectados, ya que en cada modelo dinámico podemos encontrar un modelo estático que describe su posición de equilibrio, incluso puede darse el caso de que un mismo modelo estático describa la situación de equilibrio de varios modelos dinámicos.

La búsqueda de estabilidad en los procesos dinámicos se debe al convencimiento de que el mundo real es estable, pues nuestra experiencia lo ratifica muchas veces. Si admitimos la restricción de estabilidad, los valores de los parámetros que son a priori razonables vendrán condicionados por ella, y si la estimación de un parámetro cae fuera de ese campo de valores, la lógica aconsejará rechazar el modelo empleado, por no representar adecuadamente el mundo real.

En el enfoque determinista, la estabilidad del modelo implica que los valores tomados por las variables endógenas se aproximan a sus medidas de equilibrio, pero como dependen de las variables exógenas, los valores de equilibrio irán cambiando de período en período. Cuando en lugar de variables exógenas tengamos constantes, el equilibrio es un estado estacionario en el que las variables endógenas toman el mismo valor todo el tiempo.

Cuando el análisis es dinámico y estocástico a la vez, hay que añadir perturbaciones aleatorias a las ecuaciones del modelo. Entonces, las variables endógenas retardadas y las variables exógenas se consideran predeterminadas, en el sentido de que sus valores pretéritos son independientes de los términos actuales de la perturbación aleatoria.

La orientación estocástica requiere que se abandone el hablar de valores de las variables para, en su lugar,

utilizar los momentos.

Si el método es estable, las esperanzas matemáticas tenderán a su cuantía de equilibrio y en el caso de que la matriz de varianzas y covarianzas de las variables endógenas converja a una matriz de constantes que no dependen del tiempo, el modelo será siempre estacionario.

G.C. Chow, en "Analysis and Control of Dinamic Economic Systemes", 1975, realiza un pormenorizado desarrollo de las trayectorias estacionaria y dinámica, en el que conexiona el corto plazo con el enfoque determinista y el largo plazo con el estocástico.

Para completar la estructura estocástica y dinámica es necesario hacer la descripción del comportamiento de las perturbaciones aleatorias. Saber, por ejemplo, si obedecen a una distribución conjunta de tipo normal o si sus covarianzas poseen propiedades particulares, e incluso si se puede introducir alguna hipótesis relativa a la dependencia serial.

Podemos encontrar, a veces, correlación entre los diferentes elementos de las perturbaciones aleatorias, ya que reflejan variables omitidas y alguna de ellas es posible que participe en varias ecuaciones. También, es factible observar la autocorrelación, es decir, la correlación entre los valores de ese término. Hay que tener en cuenta que existen elementos de continuidad, el pasado

nunca está desligado del presente ni del futuro.

En la Teoría Económica vamos a manejar series de datos, ¿cuándo diremos que una serie ha cubierto un ciclo? Un ciclo comprende cuatro partes, en la primera la variable estudiada va aumentando su valor, después aparece un punto denominado cumbre, a partir de él comienza otro período en el que la variable decrece hasta llegar al punto llamado fondo, iniciándose a continuación una repetición del proceso. La duración de un ciclo es el período que transcurre entre dos cumbres o dos fondos consecutivos.

Después de concretar cómo son los ciclos se puede averiguar el número de ellos, su duración media, en qué medida los períodos de ascenso y descenso cambian con el tiempo, etc.

Los modelos econométricos reflejan ciclos de forma interna cuando existe alguna raíz compleja o si todos los datos de las variables son reales mediante el efecto Slutsky, con el que se realizan manipulaciones algebraicas a las variables independientes entre sí. Asimismo, pueden producir ciclos de forma externa si las variables exógenas llevan incorporadas en sus valores el comportamiento cíclico, o si suponemos que las perturbaciones aleatorias están mutuamente correlacionadas serialmente.

Para obtener las características dinámicas de las

trayectorias temporales, es necesario conocer el tipo de comportamiento cíclico seguido por cada variable, qué períodos son los más importantes, la comparación del itinerario de las variables, comprobando si el ciclo de una variable antecede, sigue o coincide con el de la otra u otras variables.

El enfoque espectral responde a todas estas cuestiones y su desarrollo se debe a Granger-Hatanaka, con su obra "Spectral Analysis of Economic Time Series", 1964, Drymes con "Econometrics", 1970, Chow con "Analysis and Control of Dynamic Economic Systems", 1975, etc.

La base del enfoque espectral es que todo proceso estacionario real puede descomponerse en un número infinito de funciones sinusoidales, pudiéndose escribir que:

$$X(t) = \int_0^{\infty} \cos t\lambda \, dU_X(\lambda) + \int_0^{\infty} \sin t\lambda \, dV_X(\lambda)$$

Cada frecuencia da lugar a dos funciones sinusoidales fuera de fase con amplitudes aleatorias $dU_X(\lambda)$ y $dV_X(\lambda)$, que dependen de la frecuencia.

La varianza del proceso estacionario puede descomponerse en una suma de varianzas de las amplitudes recogidas en las funciones sinusoidales. En cuanto a la función de densidad espectral $g_X(\lambda)$ sirve para hallar las amplitudes que explican la varianza del proceso estacionario, en su mayor parte, la frecuencia angular λ_j tiene como frecuencia $\lambda_j/2\pi$ y de período $2\pi/\lambda_j$. La función de den

sidad espectral toma valores altos para algunas frecuencias, lo que significa que el proceso tendrá un componente cíclico bien definido para el período correspondiente a esa frecuencia y permite saber cómo son los ciclos que sigue cada variable. Si el proceso es sencillo, la función de densidad espectral se obtiene a partir de los datos observados del proceso, utilizando la función de autovarianza y si es complejo, mediante transformaciones de Fourier.

Al relacionar las variables vemos que unas van delante, detrás o coinciden en el tiempo respecto de otras, pudiendo clasificarse las variables en adelantadas, retardadas o coincidentes. El problema es que a veces una variable antecede a otra con unas frecuencias y va detrás para las restantes, dependiendo de si la diferencia de fase cambia o no de signo.

La Ciencia Económica se enfrenta muchas veces con la elección entre distintas alternativas sin conocer cuáles son sus consecuencias con precisión. Necesitamos métodos de predicción de uso universal que posibiliten la transmisión de resultados, con el fin de aprender de los fracasos y de los éxitos conseguidos en las diferentes investigaciones.

C.W.J. Granger y P. Newbold, en "Forecasting Economic Series", 1977, analizan las dificultades de emplear series económicas para predecir. No olvidemos que las

condiciones en las que se dan los fenómenos económicos resultan imposibles de repetir y ni siquiera son susceptibles de reproducirse artificialmente, lo que complica enormemente efectuar inferencias a partir de series económicas.

La identificación de estos modelos se basa en que las realizaciones efectuadas en el pasado por los fenómenos económicos describen en parte su evolución futura. Es, asimismo, imprescindible esclarecer cuáles son las hipótesis utilizadas en la construcción del modelo, pues habrá que recurrir a ellas cuando nos enfrentemos a cambios no descubiertos al examinar lo ya acontecido.

Se han desarrollado varios métodos de predicción con series económicas, los enumeraremos de menor a mayor grado de complejidad, ya que esto lleva emparejado un coste de obtención en aumento. Todos los modelos son necesarios e interesantes, su aplicabilidad dependerá de lo importante que sea la organización que la efectúa o encarga y de la cuantía de los beneficios que esperan lograr con las predicciones.

Empezaremos describiendo los métodos de predicción univariante, en parte por las reflexiones anteriores, pero también porque su elaboración es más sencilla que la de un modelo multivariable y debido a que en algunas ocasiones sólo poseeremos datos respecto de uno de los fenómenos estudiados, desconociendo lo que ocurre con los demás co-

nectados con él.

Si precisamos en qué grado la modificación de una serie está explicada por su propio pasado y cuáles son los casos en que la información de otros factores es imprescindible, nos damos cuenta que los modelos de varias variables suelen aportar mejoras poco importantes respecto de la predicción en comparación con los modelos de una variable. Por tanto, la decisión de comenzar los análisis de series con modelos univariantes es adecuada, en la circunstancia más desfavorable servirán como referencia para otros modelos más complejos.

Comenzaremos detallando los métodos basados en el alisado de series económicas, ya que poseen múltiples ventajas, entre otras, su coste de aplicación es menor que el de los demás sistemas, las predicciones se obtienen con gran celeridad y no es necesario que lo manejen personas expertas en el tema, pues su cálculo está automatizado.

El método de alisado exponencial simple alude a la conveniencia de ponderar decrecientemente las observaciones, a medida que nos alejamos del instante t considerado.

El fenómeno se representará mediante $X_t = X_t^* + e_t$, siendo e_t el componente aleatorio de media cero y varianza σ_e^2 , mientras que $X_t^* = a X_t + a(1-a)X_{t-1} + a(1-a)^2 X_{t-2} + \dots =$

$$= X_{t-1}^* + a(X_t - X_{t-1}^*) = aX_t + (1-a)X_{t-1}^*.$$

La ecuación $X_t^* = aX_t + (1-a)X_{t-1}^*$ indica que el nivel alcanzado por la variable en el período t se estima en función del valor esperado en $t-1$, más la rectificación originada por la nueva observación. Por tanto, no es necesario recoger todo el desarrollo anterior de la serie a lo largo del tiempo, basta con conocer X_{t-1}^* y X_t , lo que justifica su economicidad de manejo y que sea considerado una buena aproximación de series económicas cuando están desprovistas de variación estacional.

Un predictor se conceptúa óptimo si minimiza el error cuadrático medio de las predicciones hechas en el instante t respecto del valor que tendrá la serie en el momento $t+1$. En el método de alisado exponencial simple el óptimo es el modelo integrado de medias móviles de orden uno, $X_t - X_{t-1} = e_t - (1-a)e_{t-1}$. En caso de que $a = 1$, el modelo se convierte en un camino aleatorio, cuya aplicación más conocida es la formación de precios en mercados muy especulativos.

El método de Holt y Winters para series no estacionales se ajusta más a las necesidades reales, sobre todo del nivel microeconómico. Se representa como:

$$X_t = X_t^* + N_t + e_t$$

donde X_t^* es el nivel de la serie, N_t la tendencia y e_t la perturbación aleatoria.

$$X_t^* = aX_t + (1-a)(X_{t-1}^* + N_{t-1})$$

$$N_t = b(X_t^* - X_{t-1}^*) + (1-b)N_{t-1}$$

Holt y Winters proponen otro modelo que tiene en cuenta la variación estacional de las series:

$$X_t = (X_t^* + N_t)A_t + e_t$$

El factor estacional A_t ejerce un efecto multiplicativo sobre el nivel y la tendencia de la serie.

$$X_t^* = a(X_t/A_{t-k}) + (1-a)(X_{t-1}^* + N_{t-1})$$

$$N_t = b(X_t^* - X_{t-1}^*) + (1-b)N_{t-1}$$

$$A_t = c(X/X_t^*) + (1-c)A_{t-k}$$

donde k es el retardo estacional.

El predictor de este modelo no es lineal, por lo tanto no podemos encontrar un proceso estocástico lineal para el que este predictor sea óptimo.

Existen más modelos de alisado exponencial tales como los de Harrison y Stevens, que utilizan el análisis bayesiano en la incorporación de información al sistema, o el de Brown, etc.; de todos ellos, el de Holt-Winters es el que proporciona mejores predicciones.

III.2.1 El enfoque Box-Jenkins

Los métodos de regresión dinámica son una alternati

va a los procedimientos de regresión clásicos de la Econometría. Los modelos desarrollados por la Econometría convencional son lineales, con variables explicativas controlables y que fundamentalmente resuelven cuestiones de carácter estático.

Existen tres problemas básicos en la Econometría, la especificación de modelos con retardos en los que no haga falta precisar a priori su forma teniendo en cuenta consideraciones teóricas, la obtención de nuevas reglas de estimación y el contraste de las hipótesis del modelo.

La teoría económica no aclara demasiado cómo especificar las estructuras dinámicas y los errores del modelo, según esto el investigador debe basarse nada más que en la información facilitada por los datos.

Cuando la Econometría generaliza sus modelos lineales para adaptarlos a una perspectiva dinámica, las estimaciones que proporcionan de los parámetros son inexactas, originando predicciones poco fiables. Esta falta de precisión se produce porque los retardos y la correlación serial entre las perturbaciones aleatorias se encuentran mal explicitados en el modelo.

La metodología Box-Jenkins consigue la estructura adecuada de retardos a partir de la información disponible, pudiéndose representar con ella cualquier tipo de norma de variación con un número mínimo de parámetros;

y es que suponen desde el principio que las variables son dinámicas. Así, por ejemplo, ante la contingencia de encontrar autocorrelación en las perturbaciones, Box y Jenkins las incluyen en la estructura del ruido en lugar de buscar nuevas vías de estimación lineal que evitasen la autocorrelación, como ocurre con los métodos de regresión clásicos.

El contraste elaborado por Durbin-Watson se refiere nada más que al coeficiente de autocorrelación del primer retardo, mientras que la regresión dinámica contempla globalmente la serie de residuos al plantear los contrastes de la función de transferencia y, por tanto, necesitan conocer en su totalidad la función de autocorrelación.

A. Treadway en "Efectos sobre la economía española de una devaluación de la peseta", 1978, explica cómo los métodos dinámicos Box-Jenkins abandonan los procedimientos lineales mínimo-cuadráticos y los sustituyen por algoritmos de optimización no lineal, que son más fáciles de aplicar, poseen la mejora de unificar la manera de actuar ante los diferentes tipos de análisis posibles e incorporan la estimación no condicionada, con lo que podemos aproximarnos asintóticamente a los estimadores de máxima verosimilitud.

La conclusión que obtenemos es que la regresión dinámica permite identificar empíricamente la estructura del modelo de forma más ventajosa que la regresión clásica

y además proporciona contrastes más potentes para enjuiciar su validez.

La inferencia estadística utiliza en sus generalizaciones muestras aleatorias simples; en ellas el orden de extracción de las observaciones no tiene transcendencia, pues el entorno de los experimentos se supone estable. En cambio, los fenómenos económicos suelen estar condicionados de distinta forma según el instante temporal que elijamos, es por tanto imprescindible ordenar temporalmente los valores de las variables.

Las teorías estadísticas que se basan en un encadenamiento secuencial son los Procesos Estocásticos y las Series Temporales. El método desarrollado por G.E.P. Box y D.A. Jenkins en "Time Series Analysis: Forecasting and Control", 1970, combina las dos formulaciones anteriores con el cálculo computerizado, dando lugar a un procedimiento que describe el ritmo de la influencia de una o más variables sobre las demás.

Box y Jenkins proponen un lenguaje matemático que permite advertir cómo cambian los outputs cuando varían los inputs, los mecanismos que intervienen en la determinación de los outputs y lo que ocurre con los outputs si no se altera el proceder conjunto del sistema.

Podemos considerar que un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias ordenadas en el tiempo

y controladas por leyes probabilísticas, por tanto, una serie temporal concreta puede tomarse como una realización de dicho proceso.

Los procesos estocásticos facilitan la consecución de inferencias estadísticas aunque se encuentran inmersos en un contexto multivariante, pues relacionan las variables aleatorias según su proximidad en el tiempo. Lo que nos autoriza a emplear una única serie temporal finita de observaciones, cuyo estudio se denomina análisis de series temporales.

La descripción de un proceso estocástico requiere la especificación de su distribución de probabilidad conjunta, aunque a veces recurriremos para representarla, a su media, varianza y función de autocovarianza, ya que la facilidad de obtención compensa la pérdida de detalle que conlleva.

La metodología Box-Jenkins divide la investigación de modelos generadores de series económicas en tres etapas, en la primera hay que especificar la transformación, por la cual, una serie pasa a ser estacionaria; en la segunda se estiman mediante el muestreo los parámetros de los procesos generadores elegidos y por último, en la tercera, se validan los resultados con contrastaciones de las estimaciones anteriores.

La información de las tres etapas nos lleva a un

modelo definitivo con el que predecir los valores futuros de la serie y lo que es más importante, proporciona características de la serie que habrían pasado desapercibidas si no estimamos el modelo. No obstante, otras veces será preferible utilizar esta información en la elaboración de especificaciones alternativas a las ya argumentadas, obligándonos a realizar nuevas fases de estimación y validación hasta conseguir un modelo final.

Hemos puesto como uno de los objetivos la estacionariedad, pero las series económicas son normalmente evolutivas, haciendo necesario el diseño de tácticas que permitan inducir valores económicos en base a que muchas veces están correlacionadas entre sí, pues sus características son similares en períodos de tiempo contiguos. De esta manera, las series económicas podrán conceptuarse generadas por procesos estacionarios.

Los procesos estocásticos son estrictamente estacionarios cuando la distribución conjunta de probabilidad respecto de n observaciones $X(t_1), \dots, X(t_n)$ coincide con la distribución conjunta resultante después de un desplazamiento temporal K .

$$\begin{aligned} F [X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)] &= \\ &= F [X(t_1+K), X(t_2+K), \dots, X(t_n+K)] \end{aligned}$$

Los procesos estacionarios en sentido estricto mantienen constantes las autocovarianzas y las autocorrela-

ciones de cualquier orden infinito, aunque a veces la estacionariedad estricta no se cumple y hay que recurrir a la estacionariedad en sentido amplio, que consiste en limitar la igualdad anterior de funciones de distribución, en caso de que sean dos el número de observaciones del proceso.

Si $n = 1$:

$$F[X(t)] = F[X(t+K)], \quad \forall K$$

Si $n = 2$:

$$F[X(t_1), X(t_2)] = F[X(t_1+K), X(t_2+K)], \quad \forall K$$

Estas dos ecuaciones expresan que las variables aleatorias del proceso tienen los mismos momentos, por lo tanto, la media y la varianza son estables durante el período muestreado y la covarianza depende nada más que del retardo considerado.

Los estimadores de la media, la covarianza y la correlación de un proceso estocástico son variables aleatorias cuya distribución de probabilidad es reflejo de las oscilaciones muestrales, por eso las muestras grandes siempre tenderán asintóticamente hacia una distribución normal.

La estimación del proceso plantea la cuestión de cuántas observaciones de la serie temporal son necesarias para garantizar, al menos asintóticamente, las propiedades

de los estimadores. Si las incrementamos se amplía en la misma proporción la cantidad de parámetros desconocidos; además, las nuevas observaciones dependen de todas las anteriores. Mientras que si limitamos el conjunto de parámetros la inferencia estadística es factible, pues nos lleva a considerar que las variables próximas temporalmente están mutuamente relacionadas y a medida que se distancian, su conexión va desapareciendo.

Empleando n variables aleatorias, la matriz de varianzas y covarianzas resultante posee $n(n+1)/2$ elementos distintos, pero como invariablemente es también simétrica y semidefinida positiva, la hipótesis de estacionariedad hace que sean iguales los elementos de la diagonal principal y de las paralelas a ella, reduciéndose el número de parámetros a n .

Cuando las series económicas son evolutivas y queremos transformarlas en estacionarias, tenemos dos posibilidades, que el origen de los cambios se encuentre en la media o la varianza muestral, en cuyo caso es fácil conseguir la estacionariedad mediante modificaciones matemáticas adecuadas, y que se derive de la covarianza, situación más complicada, sólo solucionable si la evolución de la serie temporal es lenta, permitiendo la elección de submuestras sobre las que aplicar la estacionariedad.

El enfoque Box-Jenkins es menos automático que el de alisado de series temporales, pues requiere elegir en-

tre cuatro procedimientos lógicos diferentes, cuál es el más adecuado para describir los datos, teniendo en cuenta también, los resultados encontrados en las etapas intermedias. Por eso, no es un método rápido de aplicación, ni tampoco barato, pues necesita series muy largas; la ventaja que posee son las superiores predicciones que proporciona.

El nivel más sencillo de análisis de la evolución de las variables económicas a lo largo del tiempo, es el modelo estocástico univariante; con él se generan previsiones de una serie temporal concreta considerando nada más que la información de su propio pasado. Las valoraciones aportadas por este modelo son bastante precisas, ya que descubre la existencia de residuos producidos por errores en los datos. Sin embargo es ineficaz cuando las variables que condicionan el output del sistema poseen un comportamiento futuro diferente al pasado.

También estudian modelos estocásticos de una variable C.R. Nelson en "Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting", 1973, T.W. Anderson en "The Statistical Analysis of Time Series", 1975, y C. Chatfield en "The Analysis of Time Series: Theory and Practice", 1975.

A continuación en complejidad, va el modelo empírico de transferencia de un solo output y múltiples inputs, pero antes de construirlo es necesario elaborar un marco

de referencia o sistema conceptual a priori que recoja la teoría fundamental del campo de aplicación. De esta forma, con influencias del input no incorporadas en el pasado, se consigue ampliar la cantidad de información que sirve de soporte al output.

Las hipótesis inspiradas en el modelo conceptual se van a contrastar mediante la estimación del comportamiento anterior de las variables controladas y con la simulación de sus efectos futuros. Conseguimos así esbozar un control óptimo de los inputs según sean debidas a las desviaciones del output respecto del valor esperado, o que estén en función de las medidas observadas en los inputs no agregados al modelo.

Encontraremos con demasiada frecuencia que los modelos de función de transferencia detentan grandes autocorrelaciones cruzadas entre los valores de series que no están conexiadas entre sí, en estas situaciones hay que ser precavidos, pues nos enfrentamos a relaciones falsas.

De igual modo, se reduce su aplicabilidad cuando no se recogen en el modelo inputs significativos y en caso de que el output llegue a influir en alguno de los inputs.

C.W.J. Granger y P. Newbold, en "Forecasting Economic Time Series", 1977, completan los estudios realizados por Box y Jenkins respecto de los modelos que hacen

predicciones de las series temporales, en base a su pasado y al de otras variables relacionadas con ella, modelos que hemos denominado de transferencia.

Para analizar la tendencia, estacionariedad e irregularidades de una serie económica recurriremos al modelo estocástico de una variable, pero si además queremos conocer cuáles son las influencias de cada input, el modelo elegido debe ser el de transferencia de un solo output.

La tercera clasificación es el modelo estocástico multivariable, en el que se detallan múltiples outputs en función del pasado conjunto de todos ellos. Por tanto, su ventaja consiste en que refleja el comportamiento de varias series interrelacionadas como una simultaneidad dinámica, pero sin olvidar la realimentación del sistema.

Los autores del modelo estocástico con diferentes variables son Granger-Newbold (1977) y Jenkins (1979), quienes encuentran la misma limitación para su utilización que en los modelos anteriores, consecuencia de los efectos de las variables no incorporadas.

En la cuarta fase se especifica el modelo de transferencia de outputs e inputs múltiples, donde están conexiados a la vez distintos outputs e inputs con los que generar previsiones conjuntas para todas las variables, teniendo en cuenta lo acontecido a todas ellas hasta ese momento y sin que haya realimentación de los outputs

hacia los inputs.

G. Jenkins en "Practical Experiences With Modelling and Forecasting Time Series", 1979, y G.P.E. Box - G. Tiao en "Curso sobre Series Temporales Multivariantes", 1980, aportan una visión clarificadora y trascendente de estos modelos, resaltando que su identificación es una decisión provisional que requiere evaluarla posteriormente en la etapa de diagnosis.

Box y Tiao, llevados por un deseo de optimizar el comportamiento futuro del sistema, elaboran un análisis de intervención que descubre hechos excepcionales y selecciona las medidas adecuadas para modelizarlos.

El modelo de intervención posee un solo output y muchos inputs con características especiales, por eso se emplean en investigaciones relativas a averiguar los efectos producidos por huelgas, cambios en la legislación, fiestas móviles, publicidad fuera de lo normal, etc.

Este modelo permite observar mejor las consecuencias de los cambios en los inputs, ya que diferencia si las alteraciones son grandes o pequeñas, para lograrlo desagrega las series económicas de variables controladas. En cuanto a los inputs del modelo de intervención, unas veces son asumidos como residuos de modelos estocásticos univariantes y otras se manejan en forma de hipótesis a contrastar.

La variación de las series económicas, puede apre-

ciarse observando su tendencia, estacionalidad y comportamiento errático. Estas magnitudes se extraen bajo supuestos que aseguran la proximidad de los elementos tendenciales y estacionales a una estructura que permite predecir, con bastante exactitud, los valores futuros de las variables del proceso, conocido su comportamiento pasado. De los procesos estocásticos factibles utilizaremos los de tipo lineal.

Un proceso estocástico es ruido blanco si las variables aleatorias se distribuyen de forma idéntica e independiente con media cero y varianza constante, de donde se deduce las tres propiedades siguientes:

$$E[X(t)] = 0, \quad \forall t$$

$$E[X(t)^2] = \text{cov}[X(t), X(t+K)], \quad K = 0, \quad \forall t$$

$$E[X(t), X(s)] = 0, \quad t \neq s$$

Como estas series son estacionarias, su ordenación en el tiempo es innecesaria y el análisis conjunto no añade nada al realizado individualmente, pues la matriz de varianzas y covarianzas es escalar.

La hipótesis de ruido blanco se emplea en la descripción del elemento residual de los modelos de regresión múltiple, aunque semejante conveniencia teórica no es realista. Normalmente los datos proporcionarán un correlograma significativamente distinto de cero, ocasionando esti-

maciones ineficientes y exigiendo modelos de regresión cuyas perturbaciones aleatorias sigan procesos estocásticos más complejos que el ruido blanco.

A las series ruido blanco se las denomina series aleatorias, porque sus puntos oscilan de forma aleatoria alrededor de un nivel medio que es constante. Para contrastar el comportamiento estocástico se observan los puntos de giro de la serie.

Designaremos por sendero o camino aleatorio a un proceso de la forma $X(t) = X(t-1) + e(t)$, siendo $e(t)$ ruido blanco. Al extraer en el instante t una serie temporal del proceso sendero aleatorio, tendremos que $X_t = X_{t-1} + e_t$, en donde las perturbaciones e_t se asimilan plenamente durante el período t considerado.

$$\begin{aligned} X_1 &= X_0 + e_1 \\ X_2 &= X_1 + e_2 = X_0 + e_1 + e_2 \\ &\{ \dots\dots\dots \\ X_t &= X_0 + \sum_{i=1}^t e_i, \quad t > 0 \\ E[X(t)] &= X_0 + \sum_{i=1}^t E(e_i) = X_0 \\ \text{var}[X(t)] &= \sum_{i=1}^t \text{var}(e_i) = t \cdot \sigma_e^2 \end{aligned}$$

La media del sendero aleatorio está definida y es la misma en todas las variables, mientras que la varianza depende de t y, por tanto, no es estacionario en varianza,

aunque la diferencia $X_t - X_{t-1} = e_t$, sí lo es.

El modelo camino aleatorio explica las series de precios diarios referidos a mercados eficientes, en los que la información se aprovecha inmediatamente. A veces interesa tomar logaritmos en la fórmula anterior,

$$\log X_t = \log X_{t-1} + e_t$$

puesto que:

$$\log X_t - \log X_{t-1} = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$$

es la tasa de crecimiento de la serie.

En situaciones inflacionarias, las tasas de crecimiento de los precios aproximados con $\log X_t - \log X_{t-1}$ tendrán una media distinta de cero, obligándonos a generalizar estos modelos. Taylor, en 1980, propone un modelo tendencial de precios que recoge la influencia de los factores incrementadores de los precios en un residuo estocástico U_t .

$$\log X_t = \log X_{t-1} + U_t + e_t$$

$$U_t = \begin{cases} U_{t-1} & \text{con probabilidad } p \\ m + n_t & \text{con probabilidad } 1-p \end{cases}$$

Los modelos formulados por Box y Jenkins son integrados, autorregresivos y de medias móviles, conocidos con el nombre de ARIMA; antes de describirlos comenzaremos por comentar algunos más sencillos. H.O. Wold demostró

en 1938, que todo proceso estocástico estacionario de segundo orden con media cero se puede descomponer de forma única en la suma de dos procesos no correlacionados:

$$\{Z_t\} = \{Y_t\} + \{X_t\}$$

siendo $\{Y_t\}$ un proceso determinístico lineal de la forma,

$$Y(W,t) = \sum_{j=1}^m [a_j(W) \cos \lambda_j t + b_j(W) \sin \lambda_j t]$$

en donde los valores futuros se pueden predecir con exactitud como una combinación lineal de los datos anteriores; y $\{X_t\}$ es un proceso lineal no determinístico, de medias móviles y de orden infinito MA,

$$X(W,t) = \sum_{j=0}^{\infty} d_j e(W,t-j)$$

que cumple $\sum_{j=0}^{\infty} d_j^2 < \infty$, condición necesaria para que el proceso tenga varianza finita y asimismo sea estacionario y ergódico.

El método de descomposición de Wold permite realizar inferencias desde las muestras hacia los parámetros del modelo, pues la ergodicidad autoriza la aplicación de los teoremas y propiedades clásicas de la estadística. Según Wold, todo proceso estacionario, sea o no lineal, se puede separar en una forma lineal. Esta formulación será satisfactoria dependiendo del tipo de fenómenos estudiado, así en los casos en que la no linealidad de $\{X_t\}$ es importante, el método de Wold aunque es correcto pierde su utilidad práctica.

La causa de que la metodología lineal deba cambiarse por otra no lineal reside en que la descomposición de Wold incorpora variables aleatorias no correlacionadas entre sí, pero no se les exige que sean independientes. En el caso de reclamar la independencia de las variables aleatorias sólo admitirían la separación los procesos estacionarios lineales, por eso la aplicación fundamental del método de Wold es la realización de predicciones lineales óptimas.

La descomposición de Wold no es operativa con procesos MA de infinitos parámetros, utilizaremos procesos de medias móviles de orden finito q , $MA(q)$ que recogen las desviaciones sobre el valor de equilibrio producidas por las perturbaciones registradas hasta q períodos anteriores y cuya representación es:

$$X_t = e_t - d_1 e_{t-1} - \dots - d_q e_{t-q}$$

donde la variable e_t se considera ruido blanco con media cero y varianza σ_e^2 . Si aparece una perturbación en el instante t y no se originan perturbaciones posteriores, el sistema tarda q períodos en volver a un nuevo equilibrio.

La esperanza de X_t es cero, porque todos sus componentes tienen esperanza nula y la varianza de X_t es:

$$\sigma_e^2 \sum_{j=0}^q d_j^2 = \sigma_e^2 (1 + d_1^2 + \dots + d_q^2)$$

donde la necesidad de que $d_0 = 1$, no produce pérdida de

generalidad.

La función de autocovarianzas:

$$\begin{aligned} \gamma(-k) & \text{ para } k < 0 \\ \text{cov}(X_t, X_{t+k}) &= \left\{ \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-k} d_j d_{j+k} \right. & \text{para } k=0,1,\dots,q \\ & 0 & \text{para } k > q \end{aligned}$$

Y la función de autocorrelación:

$$\begin{aligned} \rho(-k) & \text{ para } k < 0 \\ \rho(k) &= \begin{cases} 1 & \text{para } k = 0 \\ \frac{\sum_{j=0}^{q-k} d_j d_{j+k}}{\sum_{j=0}^q d_j^2} & \text{para } k=1,\dots,q \\ 0 & \text{para } k > q \end{cases} \end{aligned}$$

Otra clase de procesos lineales son los autorregresivos de orden infinito, $X_t = f_1 X_{t-1} + f_2 X_{t-2} + \dots + e_t$, tal que e_t es ruido blanco. Los procesos autorregresivos se caracterizan porque pueden invertirse, pues cumplen las condiciones precisas, que son expresarse de la forma:

$$X_t - f_1 X_{t-1} - f_2 X_{t-2} - \dots = e_t$$

y además que:

$$\sum_{j=0}^{\infty} f_j^2 < \infty$$

La invertibilidad garantiza dos cosas, que el presente se logra representar en función de realizaciones anteriores mediante parámetros finitos y que el pasado

muy lejano no influye prácticamente ya en la actualidad estudiada.

El proceso autorregresivo que tiene en cuenta P períodos, se escribe $AR(P)$ y se enuncia como:

$$X_t = f_1 X_{t-1} + f_2 X_{t-2} + \dots + f_P X_{t-P} + e_t$$

siendo e_t ruido blanco. Si nos fijamos en una etapa, el esquema autorregresivo de primer orden $AR(1)$ consiste en:

$$X_t = f_1 X_{t-1} + e_t$$

que sabemos que es invertible, pero sólo es estacionario si $|f_1| < 1$, debido a que la covarianza de dos variables desfasadas K períodos tiende a cero cuando el desfase tiende a infinito. Lo contrario le pasa al modelo de medias móviles de un período $MA(1)$, ya que siempre es estacionario y para que sea invertible su parámetro estructural d_1 debe ser en valor absoluto menor que uno.

La discrepancia fundamental entre un proceso $AR(P)$ y un proceso $MA(q)$, es que en el primero la función de autocorrelación tiene estructura exponencial y/o sinusoidal decreciente hasta infinito, mientras que la segunda posee un punto de corte a partir de $K = q$, tomando el valor cero en todos los desfases posteriores.

Con estas ideas, Box y Jenkins especifican un modelo estacionario $ARMA(P,q)$, que incorpora términos autorregresivos y de medias móviles, de ecuación:

$$X_t = f_1 X_{t-1} + \dots + f_p X_{t-p} + e_t - \\ - d_1 e_{t-1} - \dots - d_q e_{t-q}$$

La ventaja de estos procesos es que consiguen explicar la mayoría de los procesos estacionarios encontrados en la práctica, con sólo un número finito de parámetros.

Las series temporales manejadas en Economía no suelen ser estacionales, pero efectuando diferencias sucesivas se consigue que se comporten como tales. En base a esto, Box y Jenkins han elaborado los modelos mixtos integrados ARIMA(P,K,q), cuya formulación es:

$$(X_t - f_1 X_{t-1} - \dots - f_p X_{t-p}) D(K) = \\ = e_t - d_1 e_{t-1} - \dots - d_q e_{t-q}$$

donde $D(K)$ es un operador de diferencias que requiere ser aplicado K veces para alcanzar la estacionariedad.

La variación estacional de las series económicas no es determinista, sino que evoluciona a lo largo del tiempo; además, la correlación entre cualesquiera dos variables aleatorias X_{t_i} y X_{t_j} del proceso estocástico que las describe es distinta de cero únicamente si las diferencias temporales $(t_j - t_i)$ son múltiplos del retardo estacional. Por tanto, las observaciones de estos instantes (t_i, t_j) están interrelacionadas entre sí, pero no se co-

nexionan con las observaciones referidas a otros instantes.

Al no ser factible encontrar procesos puramente estacionales, Box y Jenkins llegan a admitir que e_t esté también determinado por un proceso ARIMA.

$$E_t = e_t - e_{t-d}$$

$$\begin{aligned} E_t - g_1 E_{t-1} - \dots - g_p E_{t-p} &= \\ = e_t - d_1 e_{t-1} - \dots - d_q e_{t-q} \end{aligned}$$

siendo d el número de diferencias que logran la estacionariedad.

En general, la identificación de modelos pretende describir el comportamiento de las series con el menor número posible de parámetros desconocidos, ya que después tenemos que estimarlos. Respecto a la identificación de los modelos ARIMA consiste en especificar los órdenes P y q de los polinomios y en determinar el número de diferencias K necesarias para eliminar la heterocedasticidad, de tal forma que no se altere el esquema de autocorrelación, ni se complique el modelo excesivamente.

Estas decisiones requieren que se conozca la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial, pero como su cuantificación normalmente no es posible, hay que evaluarlas mediante muestreo. El correlograma o estimación de la función de autocorrelación, las

desviaciones típicas de los valores del correlograma y las regiones de confianza que originan según un nivel de significación dado, permiten seleccionar dos o tres estructuras ARIMA que expliquen la serie considerada.

La identificación de P y q en los modelos ARIMA (P,q,K) de series estacionarias, proporciona varios correlogramas:

- 1ª) Si la serie es ruido blanco, los valores del correlograma son cero.
- 2ª) Cuando $q = 0$, el proceso es autorregresivo de orden P y el correlograma toma valores distintos de cero que van disminuyendo como una exponencial decreciente o con oscilaciones sinusoidales cada vez menores.
- 3ª) En los casos que $P = 0$, el proceso es de medias móviles de orden q y los valores de la función de autocorrelación son cero para retardos superiores a q .
- 4ª) Siendo $P > q$, la función de autocorrelación tiene forma exponencial decreciente u oscilaciones sinusoidales decrecientes, mientras que si $q > P$, las autocorrelaciones anteriores a $q-P$ se comportan de forma diferente a la descrita, y en los retardos posteriores a $q-P$ vuelven

a ser exponencial o sinusoidal decreciente.

Los modelos ARIMA, tanto en el tramo autorregresivo como en el de medias móviles, admite una descomposición multiplicativa en dos partes, la regular que engloba los retardos de orden inferior al desfase estacional, y la estacional con retardos múltiples del desfase.

El correlograma estimado nos indica si el proceso es autorregresivo, pero no especifica si es $AR(P)$ o $AR(P+1)$, por eso recurrimos a la función de autocorrelación parcial, ya que en base a ella todo proceso $AR(P)$ puede describirse mediante P funciones no nulas de los coeficientes de autocorrelación.

La identificación de los procesos ARIMA precisa de especialistas en el tema con mucha experiencia, mientras que los $MA(q)$ sólo requieren observar los coeficientes significativos de la función de autocorrelación, puesto que el orden del proceso es el retardo en el que desaparecen y la complejidad de los $AR(P)$ es intermedia entre los dos anteriores, su determinación estructural se basa en los coeficientes de la función de autocorrelación parcial.

Una vez identificados P , q y K , pasamos a estimar los parámetros del modelo. El método eficiente de estimación es el que proporciona la menor suma cuadrática de los errores, lo que equivale asintóticamente a maximizar

la función de verosimilitud, pero en los modelos ARIMA la ecuación de los errores no es lineal respecto de los parámetros y, por tanto, habrá que emplear un método iterativo de estimación no lineal. El más utilizado es el de D.W. Marquardt porque combina la linealización con el máximo gradiente y las estimaciones preliminares de los parámetros se consiguen con el método de los momentos; la descripción de este procedimiento se halla en "An Algorithm for Least Squares Estimations of non-Linear Parameters", 1963.

En la etapa de verificación hay que aplicar tests que comprueben si los datos concuerdan con el modelo elegido. Box y Jenkins proponen varios, siendo el más interesante el de sobreparametrización, que consiste en formular otro modelo con más parámetros, teniendo la precaución de no añadir a la vez coeficiente en la parte autorregresiva y en la de medias móviles. Si los parámetros agregados no son significativos, se acepta el modelo original y en caso contrario, se admite la nueva versión.

Después hay que verificar si los residuos son ruido blanco. Box y Pierce proponen como test:

$$Q = n \sum_{h=1}^q r_h^2(e)$$

siendo n el número de residuos, q los retardos y $r_h^2(e)$, el coeficiente de autocorrelación para el retardo q obtenido con los residuos estimados. Se rechaza la hipótesis

de ruido blanco cuando Q supera el valor de $\chi^2_{M-P'-Q}$ a un nivel de significación dado, tal que:

$$P' = P + P_1$$

y

$$Q = q + q_1$$

Seleccionado el modelo ARIMA(P,q,K), que consideramos adecuado, podemos predecir los valores futuros de X_t . Box y Tiao exponen un test que contrasta la estabilidad del modelo en base a los errores de predicción de un período t respecto de los períodos siguientes, mientras que Box y Jenkins demuestran que la predicción óptima en el instante t de X_{t+1} es su esperanza condicional referida a t . Las predicciones se hallan sustituyendo t por $t+1$ y tomando expectativas condicionadas en t . Por tanto, la metodología ARIMA posibilita predicciones puntuales y además genera la distribución de probabilidad completa de los valores futuros de la serie.

Como conclusión diremos que temporalizar variables no tiene nada que ver con dinamizar las relaciones de paso de un estado a otro, ya que la estructura de las relaciones puede ser constante, con lo que estaríamos haciendo una generalización temporal, es decir, una proyección de la información a lo largo del tiempo en base siempre a la misma estructura; error que procede de la física por su concepción de lo estático y lo dinámico. Cuando habla-

mos de dinamizar estamos obligados a referirnos a los procesos estocásticos y a que las relaciones que determinan el proceso puedan cambiar.

El modelo de regresión Box-Jenkins pretende la solución de algunos de estos problemas, aunque termina recurriendo a modelos homogéneos, de igual forma que las cadenas de Markov emplean hipótesis de estacionariedad en las probabilidades de transición entre estados, situación no dinámica, pues con la matriz de transición y con las condiciones iniciales se logra determinar todo.

En la actualidad, los sistemas dinámicos son cajas negras, ya que desconocemos lo que ocurre en su interior y percibimos únicamente entradas-salidas, teniendo en cuenta procesos de realimentación y de prealimentación. Esta limitación de nuestro nivel de conocimientos hace imprescindible el desarrollo de controles metodológicos, matemáticos, estadísticos, etc., que sean más potentes, permitiendo la observación de las relaciones dentro de la caja y posibilitando trabajar con procesos dinámicos.

CAPITULO IV

EL MODO DE CONOCER EN ECONOMIA

IV. EL MODO DE CONOCER EN ECONOMIA

No podemos hablar de un método general aplicable a la Ciencia Económica, existen múltiples técnicas y procedimientos de investigación que están en constante evolución debido a las actitudes cambiantes que toman los economistas ante las consideraciones ideológicas, los juicios de valor fundamentados en principios morales y la demanda social de cada momento histórico. Todo ello influye en la elección de las categorías económicas que se van a utilizar y ocasiona diferentes formas de analizar los problemas.

El avance de la Ciencia Económica tiene su origen en la interacción continuada entre observación y razonamiento, por eso la Economía presta la máxima atención a la construcción del conocimiento, interesándose en la distinción de sus aspectos y perspectivas. La dificultad está en que las mejoras metodológicas sólo se producen en períodos con grandes discusiones respecto de los conceptos básicos y en la Ciencia Económica moderna no ocurren ya debates de tal magnitud. La causa es el consenso logrado en múltiples campos de actuación, siendo frecuente encon-

trar economistas que aceptan teoremas en sus argumentaciones cuya aplicabilidad y conveniencia se puede cuestionar en ciertos contextos.

Otra característica de la Ciencia Económica es que a partir de Alfred Marshall emplea en sus razonamientos un estilo coloquial y mundano que posibilita una mejor comprensión por los ciudadanos; pero que obstaculiza el descubrimiento de sus fundamentos, oscurece las conexiones con la observación empírica y con la reflexión teórica, además de complicar el reconocimiento de los supuestos básicos.

Pasamos ahora a comentar cómo se organiza la investigación, las leyes y relaciones económicas, teniendo en cuenta que suelen referirse a una clase infinitamente grande de fenómenos, lo que complica su descripción.

IV.1 NATURALEZA DE LAS LEYES ECONOMICAS

La observación de los fenómenos económicos refleja la existencia de regularidades que definen relaciones de sucesión y similitud, justificando la elaboración de leyes económicas. Con ello, conseguimos que la Ciencia Económica sea un conocimiento racional de una parte importante de los problemas humanos.

Raymond Barre encuentra cuatro características en

las leyes económicas:

- 1º) Su validez depende de una escala de observación, por tanto, conviene distinguir entre leyes macro y microeconómicas.
- 2º) Como su naturaleza puede ser lógica o estadística, en el primer caso tendrán un carácter histórico-relativo y en el segundo, un sentido funcional-cuantitativo.
- 3º) Son causales porque enlazan fenómenos que se suceden en el tiempo.
- 4º) Tienen un carácter condicional, ya que su vigencia depende de que no varíen las condiciones de definición originales.

Una cadena de razonamientos es válida desde el punto de vista lógico si utiliza premisas o postulados, ya que los postulados son enunciados que establecen relaciones lógicas entre entidades abstractas denominadas términos y los términos representan personas, organizaciones, cosas, acciones o estados pertenecientes al mundo de la experiencia.

Para interpretar los términos y lograr que los postulados se transformen en afirmaciones que detallen las elecciones accesibles, los efectos de las distintas opciones y las reglas o principios a partir de las cuales los

agentes económicos toman decisiones; el análisis económico presupone el uso de un lenguaje que se establece explícitamente por medio de definiciones, alegaciones o descripciones que conectan los términos con los fenómenos observados.

El contenido y el cometido de la Ciencia Económica ha ido cambiando a lo largo del tiempo, provocando una transformación en el significado de las definiciones económicas. Aunque en un momento temporal cualquiera estas especificaciones se referirán a un cuerpo de conocimiento que estará determinado de la manera más rigurosa posible sobre un conjunto de fenómenos observados y de conceptos preestablecidos.

Se nos plantea entonces la pregunta de, si la Economía es o no una ciencia objetiva que llega a los mismos resultados partiendo de datos idénticos. Según Martin Bronfrenbrenner (29):

"La objetividad de la Economía se concentra en sus aspectos positivos, como los hechos, el análisis técnico, etc. No habiendo razón particular para esperar que los juicios de valor básicos o las recomendaciones políticas del economista sean independientes de su clase

(29) BRONFRENBRENNER, Martin. "La estructura de la Ciencia Económica". p. 12.

social, de su tipo de cultura y del grado de desarrollo económico de su país".

La selección de los teoremas y la definición de su significado empírico está supeditada a la discreción y creatividad del economista que las elabora, ya que los teoremas se descubren, pero su alcance empírico se construye. De ahí que el marco social e histórico condicione las formulaciones económicas y que se utilicen expresiones con carga valorativa, tales como "bienestar", "eficacia", "utilidad", "productividad", "planificado", "estructural", etc., con capacidad de interferir las decisiones políticas; todo lo cual disminuye la objetividad de la Economía.

Asimismo, no existe norma alguna que garantice la conexión entre los conceptos y las observaciones. Por tanto, sólo en determinadas ocasiones se logrará justificar una teoría económica de forma incuestionable, lo que autoriza y excusa la elaboración de diferentes teorías que expliquen el mismo área de investigación.

La diversificación de teorías ocasiona discusiones entre ellas, dándonos la oportunidad de encontrar mejores fundamentos para las creencias, estimulando la precisión de los conceptos y obligando a la búsqueda de formulaciones más amplias que las anteriores.

Una teoría económica puede considerarse como un

modelo que se deduce de premisas o axiomas y que además lleva anexionado un teorema de aplicabilidad con el fin de especificar su carácter general o especial; pues no está garantizada la utilización eterna de los modelos en el mundo real, siendo evidente que las definiciones, relaciones y leyes del análisis económico se encuentran siempre sujetos a perfeccionamiento y crítica. Los modelos económicos no alcanzarán aproximaciones a la verdad mayores que su teorema de aplicabilidad, por eso son esencialmente probables.

Un antiguo problema a resolver es la selección óptima de los supuestos subyacentes en el Análisis Económico. La posición clásica contempla la obligación de ser realista en la elección de los supuestos, pues es la única forma de conseguir que la teoría inspire confianza y resulte útil. Discrepan con esta manera de pensar Milton Friedman y sus seguidores, pues según ellos, al emplear en los razonamientos un número elevado de hipótesis cuyo grado de realismo es el máximo posible, estamos prescindiendo del teorema de aplicabilidad mencionado anteriormente.

Cuando poseemos varios conjuntos de supuestos alternativos concernientes a un fenómeno económico, que dan lugar a predicciones equivalentes en cuanto a su validez, se plantea el interrogante de qué conjunto elegir. Contamos con cinco opciones, la de los empiristas inmanentes

se basa en la filosofía del hombre práctico, en su talento e ingenio para encontrar por analogía el conjunto más adecuado a unas circunstancias concretas, tras observar muchos hechos o casos durante intervalos temporales amplios. Por tanto, el empirismo immanente no proporciona soluciones o compromisos generales.

Los positivistas elegirán el conjunto menos complejo desde el punto de vista matemático, ya que anteponen las funciones lineales a las no lineales y utilizan gran cantidad de simplificaciones, tales como la proporcionalidad entre la cantidad de dinero y los precios a corto plazo, etc. El inconveniente de la simplicidad matemática es que suele implicar mayores dificultades estadísticas.

Alfred Marshall y la escuela realista procuran explicar los acontecimientos históricos y las situaciones actuales mediante abstracciones de hechos casualmente observados y con razonamientos no muy largos. Sus modelos o estructuras lógicas son una acumulación de supuestos que no aclaran demasiado, pues formalizan nada más que las características específicas de cada caso abordado.

Leon Walras, Vilfredo Pareto y la escuela del equilibrio general intentan validar de forma lógica el análisis económico y lo logran empleando sistemas de ecuaciones con el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, soslayando las argumentaciones circulares y la inconsistencia. De los conjuntos de supuestos elegirán el más univer-

sal, es decir, el que compatibilice con la mayor cantidad posible de fenómenos; dando lugar a modelos ex post, que requieren explicaciones adicionales para conseguir establecer buenas predicciones.

La última alternativa corresponde a la escuela axiomática, quien seleccionará las condiciones matemáticas más simples que consigan garantizar la exactitud máxima de los modelos. Prefieren emplear poco aparato matemático y lógico en la elección y conexión de los supuestos, incorporando preferencias prefijadas de conjuntos de bienes con las que logran demostrar de forma rigurosa lo que ya creemos saber, olvidándose de los temas nuevos de investigación.

La conclusión a la que llegamos es que las cinco opciones escogen el conjunto de supuestos en base a preferencias subjetivas y ninguna de ellas resuelve definitivamente cómo alcanzar la eficacia predictiva y explicativa de las hipótesis.

Desde el siglo XIX existe la polémica de si la Economía es una ciencia positiva o normativa. Los dos tipos de análisis no suelen diferenciarse por las interpretaciones que dan a los términos básicos, sino que discrepan en los principios que las mueven a buscar conclusiones y en lo que hacen con ellas.

Cuando definimos las áreas de investigación econó-

mica estamos aludiendo a la clase de fenómenos que vamos a estudiar. Identificaremos la Economía Positiva con el análisis de la satisfacción de las necesidades de la sociedad y la Economía Normativa con la búsqueda de la mejor manera de resolver las carencias de la humanidad teniendo en cuenta algún criterio apropiado, dado un estado de la naturaleza y de la tecnología.

Tjalling C. Koopmans piensa que podemos elegir entre dar una definición de los axiomas muy empírica o, por el contrario, poco empírica. Es una decisión libre, pero una vez adoptada conduce a una serie de restricciones respecto de las implicaciones que es factible surjan. Si los axiomas poseen excesivo contenido empírico dan lugar a teorías con gran capacidad descriptiva, pero su campo de acción queda limitado por la generalización empírica y su aplicabilidad se circunscribe a una clase determinada de problemas. La otra opción validaría el razonamiento que lleva de los postulados a las conclusiones mediante contrastes lógicos más que empíricos.

La ambigüedad normativo-positivista tiene su origen en la atención que manifiesta la Ciencia Económica hacia los propósitos y objetivos de los hombres y en las implicaciones valorativas de términos como maximización de la utilidad y optimización. La razón por la cual no se ha podido resolver definitivamente esta polémica se debe a la imposibilidad de verificar estrictamente los supuestos

de comportamiento de las teorías económicas.

Cuando juzgamos los enunciados económicos como normas de comportamiento que al ser observadas por los individuos permiten alcanzar los fines propuestos, estamos en un contexto en el que la Ciencia Económica pretende controlar más que explicar. Por eso, es lógico considerar en él, que el principio de maximización del beneficio y en general el de optimización, es una meta fundamental.

Esta forma de pensar ha sido frecuentemente atacada desde 1940, argumentando que impide la explicación de los fenómenos estudiados. Según los positivistas, si admitimos que la maximización del beneficio es una norma, no podemos demostrar de forma sistemática su cumplimiento por todos los sujetos económicos, ya que seguramente existirán empresarios cuyo comportamiento no maximice sus beneficios. No sabremos en un momento cualquiera cuáles cumplen la norma y quiénes no; además la posesión de una encuesta que lo detallara no validaría la norma. Otro tema distinto es lo que pasará con los empresarios no maximizadores, probablemente acabarán siendo desplazados del mercado.

Sigamos enumerando las dificultades que encuentra el intento de integrar en la Economía su concepción como ciencia de normas y el suponerla un conjunto de proposiciones a modo de leyes.

Las normas son instrumentos que logran influir en

el comportamiento de los agentes económicos y poseen dos características, la comunicación y un conjunto de penalizaciones ligadas a su no cumplimiento. El efecto que producen consiste en cambiar, al menos potencialmente, la evaluación relativa de las alternativas, recomendando la elección o el curso de acción que se supone satisface mejor los objetivos propuestos. Cuando las normas se llevan a la práctica es factible contrastar los postulados sobre los que se basan.

Lawrence Nabers, en un ensayo titulado "Los enfoques Positivo y Genético", dice (30):

"El desarrollo de las ideas económicas constituye un proceso que hace inevitables los juicios de valor. La selección de las cuestiones a examinar presupone cierta capacidad de discriminación entre lo importante y lo que no lo es. Además, la aceptación de un método de procedimiento implica un tipo similar de juicio de valor".

Las conclusiones que obtiene Nabers son:

- 1ª) Es necesario especificar normas fácticas cuando no se incluyen todos los hechos.

(30) NABERS, Lawrence. "Los enfoques positivo y genético". p. 93.

2*) Los resultados pueden presentarse de diferentes formas, todas ellas conformes con las reglas lógicas aceptadas.

3*) La valoración de la importancia o significación de los resultados se hace según la posición axiológica del teórico que los consigue.

Hay múltiples ocasiones en las que estamos incorporando juicios de valor en las teorías económicas, ya sea explícita o implícitamente, veamos algunos casos:

- Cuando se elige entre pruebas de contrastación rivales.
- Al seleccionar las definiciones que participan en las hipótesis.
- Si una de las relaciones teóricas se toma como control, mientras que las demás son tratadas en calidad de factores independientes.

Un ejemplo del último punto es el de Keynes, pues atribuye la máxima transcendencia al control de la inversión para aumentar la demanda global, en lugar de utilizar la redistribución de la renta, lo que implica establecer valoraciones.

Las doctrinas del laissez-faire y del equilibrio general tuvieron su origen en la construcción racionalista de utopías, y sus postulados no siempre fueron explícita-

dos con la precisión adecuada, reaccionando ante esto, el positivista T.W. Hutchison considera en su obra "Significance and Basic Postulates of Economic Theory", 1938, que los únicos enunciados significativos son los verificables, pues se obtienen mediante inferencias elaboradas a partir de observaciones de comportamientos. Hutchison define como economista ideal a aquel cuya conducta ante las observaciones resulta ser objetiva, y por lo tanto, completamente distinta y alejada del propósito de la observación, aunque con ella pretenda analizar sus propias reacciones. El problema es que en las ciencias sociales no se puede separar epistemológicamente el sujeto observador de lo que es observado.

Lionel Robbins, en "An Essay on the Nature and Significance of Economic Science", 1932, afirma que la escasez de medios en el logro de los fines dados, orienta la misión de la Economía hacia el cálculo del máximo condicionado. No existiendo necesidad de realizar experimentos controlados en la validación de los postulados, pues son objeto de nuestra experiencia diaria y basta con enunciarlos para reconocerlos como obvios, mientras que los fines tienen el cargo de tendencias de conducta que deben incluirse al estudiar una teoría de la elección. Robbins piensa que la Economía es una ciencia a priori.

El planteamiento de Robbins posee el inconveniente de que ningún economista como tal puede elegir entre los

fines posibles y en que no es tan sencillo como él indica explicitar con detalle y detenimiento los postulados básicos del análisis económico.

Para Milton Friedman en "Essays in Positive Economics", 1953, la Economía es una ciencia en la que son escasas las oportunidades de verificar las predicciones y las implicaciones derivadas de los postulados. Esta dificultad se debe en parte a la imposibilidad aparente de realizar experimentos bajo condiciones que se aproximan a la realidad. Asimismo, influyen los múltiples factores que intervienen de forma simultánea en los fenómenos económicos. Por tanto, es imprescindible utilizar toda la evidencia disponible, ya sea conseguida directa o indirectamente.

Friedman argumenta que, "la única prueba decisiva de la validez de una hipótesis es la comparación de sus predicciones con la experiencia". Su actitud metodológica empirista le lleva a considerar que las teorías económicas originan pronósticos útiles y significativos sobre fenómenos todavía no observados, por eso recurre a la evidencia experimental para confirmarlas, aunque sólo sea negativamente.

La elección entre hipótesis alternativas igualmente conformes con la información disponible, es en cierta forma arbitraria según Friedman, pues escogemos apoyándonos en criterios de sencillez y fertilidad. Esta conclusión

ha sido muy criticada por inconsistente, ya que sitúa en un mismo plano la experiencia y la sencillez-fertilidad.

Tjalling C. Koopmans refleja su posición metodológica en "Tres ensayos sobre el estado de la ciencia económica", 1980, donde manifiesta su discrepancia del intento de proteger las teorías económicas ya establecidas, mediante la afirmación de que los postulados son indiscutibles o cuando tratan de evitar la desconfianza en su realismo verificando los axiomas con las consecuencias más distantes en el tiempo y difíciles de deducir.

Koopmans estima que la Economía no necesita aparecer como invulnerable, sus teorías se sostienen por sí mismas, ya que constituyen un sistema de pensamiento deductivo y está fundamentado en un número pequeño de premisas que, en una primera aproximación a la realidad, hemos tomado como las más adecuadas.

La defensa de las teorías económicas se basa en el reemplazamiento del conjunto de hechos por una cantidad exigua de postulados, lo que permite aplicar más fácilmente la lógica, la matemática y la estadística, en la formulación y contrastación de las proposiciones. Además, rechaza la adopción de fines porque su interés se centra en el contenido lógico de los postulados.

Según Koopmans es esencial encontrar un procedimiento que ordene las deducciones lógicas y proporcione

una pauta de recogida de información con la máxima fuerza discriminante respecto de los postulados peor contruidos. Esto conduce, empleando sus palabras (31):

"A contemplar el análisis económico como una sucesión de modelos que pretenden expresar en forma simplificada diferentes aspectos de una realidad siempre más complicada".

La Ciencia Económica relaciona conceptos con observaciones, reclamando el conocimiento detallado de la realidad económica y de los procesos de medición utilizados. La mayor o menor incidencia del trabajo teórico frente al empírico dependerá de cuál sea el fenómeno o qué parte de la actividad económica estudiemos.

En principio parece que los instrumentos cumplen una misión auxiliar, cuya selección está subordinada al área analizada y a que con ellos se hayan encontrado como poco respuestas parciales (32):

"Pero los instrumentos pueden llegar a dominar un período o una escuela de pensamiento. La solución de problemas importantes puede retrasarse porque no se

(31) KOOPMANS, Tjalling C. "Tres ensayos sobre el estado de la Ciencia Económica". p. 155.

(32) Op. cit. p. 183.

encuentren los procedimientos adecuados".

Es evidente que el análisis económico ha mejorado y aumentado los instrumentos analíticos a lo largo del tiempo, ordenando de esta forma los datos empíricos con una mayor eficacia para verificar las hipótesis y logrando que las operaciones del sistema económico sean cada vez mejor conocidas.

Joseph A. Schumpeter es uno de los que reclama como misión del análisis económico el desarrollo de técnicas analíticas que clarifiquen los fenómenos económicos. En su metodología no incluye los motivos ni la procedencia de los juicios de valor implícitos en los postulados iniciales, tampoco considera las razones que llevan a los individuos a seleccionar ciertos fenómenos. Hay que recurrir a M. Blaug si se quiere encontrar una defensa más fuerte del enfoque analítico, ya que reconoce la importancia fundamental de la ideología, pero piensa que es el economista quien debe descubrir en todo momento si el análisis sigue siendo válido cuando se le libera de sus cimientos ideológicos.

Mantener que el pensamiento económico está formado nada más que por enunciados positivos respecto de las regularidades que subyacen en los datos, obliga a orientar el análisis hacia el desarrollo de técnicas que permitan

elaborar sistemas teóricos. La cuestión es que existen enfoques alternativos tales como el histórico-causal, que no encuentran justificación para que la Economía evite las influencias históricas y sociales.

Los defensores del planteamiento histórico-causal piensan que todos los acontecimientos deben ser estudiados en términos de espacio, tiempo y causa. El presente sólo puede entenderse en base a su génesis y posterior desarrollo histórico, en el que deben contemplarse las relaciones entre los hechos. Por tanto, el análisis económico debería abandonar la clasificación de propiedades y formas, para pasar a ocuparse del origen de los modelos económicos, tratando de hacer explícitos los valores implícitos.

Los economistas reciben en su formación académica un cuerpo de conocimiento, posteriormente descubren situaciones que no saben resolver con él y tienen que adaptarlo a las nuevas circunstancias. Lo normal es que se produzca un cambio continuado en la forma de las teorías y este dinamismo es el que los histórico-causales no encuentran en las argumentaciones positivistas.

David Bohm expone con claridad en "Casuality and Chance in Modern Physics", que el enfoque atemporal no proporciona una comprensión total de la relación formal que conecta los elementos de un sistema, ya que es imprescindible conocer su evolución.

Según sus palabras (33):

"Para entender por qué las leyes causales están tan ligadas a la definición de las cosas, hay que incluir los procesos que explican de dónde provienen, lo que han sido en otro tiempo y, como su transformación prosigue, en qué se convertirán en el futuro".

La consecuencia que sacamos del análisis histórico-causal es que conviene emplearlo en el esclarecimiento de los cambios producidos en las creencias, valores y políticas económicas. Aunque no debemos olvidar que este procedimiento proporciona resultados poco satisfactorios e irregularidades frecuentes.

Otro aspecto importante a comentar de las leyes económicas es si son o no contrastables. Según Oscar Lange, "el proceso económico es un conjunto de acciones humanas que constantemente se repiten", poner de manifiesto tales acciones es algo objetivo y verificable, con independencia del conjunto de juicios de valor utilizados o de cuál sea la ideología del observador.

El conocimiento económico es incompleto, pero se encuentra metido en un proceso incesante de verificación

(33) BOHM, David. "Casuality and Chance in Modern Physics". p. 15.

de sus teorías, lo que es indispensable si queremos desarrollar las implicaciones lógicamente válidas que se deducen de los postulados económicamente relevantes.

El conflicto entre realismo y rigor se resuelve dando prioridad a lo primero, ya que la existencia de la realidad es anterior a su inclusión en el modelo formal. Posteriormente se aplica el rigor para consolidar los avances conseguidos en la aproximación a la verdad. Así que, los fundamentos de cada afirmación y su grado de certeza dependen de la inclusión de los hechos al principio del análisis bajo la forma de postulados explícitamente formulados. Además, cuando es el momento oportuno, hay que confrontar las conclusiones o predicciones con observaciones adicionales.

En la Ciencia Económica encontramos que sólo ciertas partes de la teoría admiten ser representadas por hechos observables, lo que concuerda con la idea generalmente aceptada de que las teorías contienen algunas proposiciones contrastables en el campo observacional.

El ámbito de aplicación de las teorías económicas tiene su origen en argumentaciones empíricas, prácticas y lógicas, pero sus límites se estrechan al especificar hipótesis, definiciones operacionales y consideraciones de lugar, tiempo y política. La falta de claridad en los campos de aplicabilidad de las teorías ocasiona múltiples conflictos entre ellas. Por tanto, conviene esclarecer

la forma de seleccionar los axiomas, pues son ellos los que definen el campo observacional, fijan el uso que debemos dar a los términos teóricos y establecen las relaciones que ligán las teorías con dichos términos teóricos. El inconveniente es que la incertidumbre acerca de la elección de axiomas no puede resolverse con contrastaciones empíricas.

Las teorías económicas son más difíciles de verificar que las teorías naturales, ya que en Economía resulta muy complejo idear experimentos cruciales y lo que se hace es conformarse con efectuar contrastaciones ocasionales cuando las condiciones son propicias. De esta forma se mantiene la confianza puesta en las teorías, que serán utilizadas en muchos casos en que los resultados no puedan ser verificados mediante una correspondencia satisfactoria entre las consecuencias deducidas y los hechos observados.

El problema se complica aún más al tratar de explicar cómo un conjunto de pruebas o experimentos a favor de proposiciones concretas consiguen avalar la totalidad de las proposiciones; pensemos, por ejemplo, que puede darse el caso de encontrar evidencias empíricas que proporcionen pruebas refutadoras a una proposición, mientras que las demás están consiguiendo resultados confirmatorios.

Al establecer la importancia relativa de las diver-

sas clases de contrastación hay que recordar que una teoría es un conjunto de proposiciones relacionadas lógicamente y que el grado de confirmación aportado por una prueba empírica es, en sí mismo, materia de evaluación. Luego, la transcendencia asignada a una serie de pruebas variará según sea el alcance de las contrastaciones que proporcionen.

La inclusión de condicionantes de aplicación en los teoremas y las proposiciones, debido a que van a desarrollarse en contextos históricos, geográficos, culturales y políticos, aumenta la capacidad de una teoría para resistir la refutación empírica, ya que si la realidad no la confirma se recurre a ellos por estar ante circunstancias especiales.

Es interesante resaltar que las predicciones falsas no consiguen refutar las hipótesis económicas, por tanto no justifican ni obligan a rechazarlas. La forma en que se introducen las condiciones restrictivas, y el número de éstas, circunscribe el campo de atención de una teoría, pero dentro de un conjunto dado de restricciones, las deducciones permisibles son potencialmente infinitas.

Una teoría económica puede explicar y predecir perfectamente los fenómenos de un área de investigación y sin embargo hacerlo parcialmente o de forma inadecuada en otras. No obstante, el éxito en un terreno cualquiera

anima a extender su aplicación a otros campos de estudio más amplios.

Las definiciones descriptivas de la Economía son más imprecisas que las proporcionadas por las ciencias naturales, pues dado un cuerpo de conocimiento y un conjunto de fenómenos observados, selecciona las variables que participan en sus modelos mediante criterios objetivos y con decisiones arbitrarias ad hoc.

Desde el punto de vista teórico no hay límite para el número de variables que es necesario mencionar explícitamente en las leyes económicas.

Las restricciones vendrán por el lado del coste, el tiempo, la complejidad en los cálculos, etc., derivados de la obtención y manejo de una cantidad excesiva de ellas.

Según esto, en los sistemas orientados a la consecución de un objetivo explícito único, lo normal va a ser no incorporar la totalidad de las variables que permiten su obtención, y en las ocasiones que se logre especificar la globalidad de ellas, es usual que la capacidad explicativa del sistema esté disminuida, bien porque el campo de variación es demasiado amplio o muy reducido. En los sistemas con objetivos múltiples e implícitos el sesgo todavía es mayor, pues los fines no suelen ser compatibles entre sí y esta falta de reconciliación hace que el siste-

ma resulte insuficiente.

El efectuar investigaciones económicas obliga a buscar relaciones invariantes, a no ser que creamos que los acontecimientos económicos son completamente erráticos y que incluso rechazan la formulación de leyes probabilísticas.

La conexión de los términos teóricos con el mundo observable se logra mediante definiciones operacionales, porque con ellas podemos elegir y contrastar qué clase de instrumental teórico es el más apropiado para responder a cuestiones particulares. Como la verificación empírica puede ser rechazada si el campo de observación descrito por la definición operacional no satisface las condiciones de los teoremas, emplearemos procedimientos contrastadores que ayuden a las teorías a resistir las refutaciones y a determinar de manera unívoca y precisa los conceptos usados en las proposiciones.

La investigación empírica moderna y la teoría estadística tienen la misión de comprobar la suficiencia de las definiciones operacionales, la naturaleza de los condicionantes, el grado de confirmación que una contrastación ofrece a una proposición particular o a una serie de proposiciones consideradas como un todo y los problemas de opción entre conjuntos de observaciones que, en apariencia, son divergentes. De tal forma que, cuanto más corto sea el intervalo temporal que va desde la formulación de

las predicciones económicas hasta la fecha a la que se refiere la previsión, la probabilidad de que resulten correctas irá en aumento.

No olvidemos que las cadenas deductivas de la Economía son más cortas que las de otras ciencias y que no ha desarrollado ninguna estructura teórica jerárquica.

IV.2 EL ANALISIS ECONOMICO

Ahora vamos a describir qué se entiende por Análisis Económico desde una perspectiva racional, para pasar después a comentar el concepto de expectativa y finalmente destacaremos diferentes modelos de expectativas, siendo el más interesante el de expectativas racionales.

Las definiciones de Ciencia Económica se hallan vinculadas o condicionadas por el momento histórico y por las escuelas o doctrinas.

Según Juan López de la Manzanara, "esto no justifica un relativismo en la concepción de la Economía, sino que pone de manifiesto la dificultad de dar una especificación única que sea aceptada plenamente por todas las corrientes del pensamiento económico".

La complejidad que supone una definición de la Economía puede apreciarse al revisar algunas de las más conocidas. Iniciaremos la exposición de la evolución del

término con una descripción anónima: "Economía es la ciencia de la administración de los recursos escasos". Es imprescindible, asimismo, la referencia a John Stuart Mill: "Economía es la ciencia que estudia la riqueza y las leyes de su producción y de su distribución".

Las definiciones que han tenido una repercusión mayor son la de Marshall y la de Robbins. Para Marshall:

"La Economía es un estudio de la humanidad en las ocupaciones ordinarias de la vida y examina aquella parte de la acción individual y social que pueda tener más estrecha conexión con la obtención y uso de los artículos materiales necesarios para el bienestar".

La Ciencia Económica comienza una identificación paulatina con una teoría general de la acción eficaz, el primer paso lo dan Max Weber y Vilfredo Pareto, a continuación J.R. Hicks en "A Revision of Demand Theory", 1956, y R.D.G. Allen en "A Reconsideration of the Theory of Value", 1964, consiguen una interpretación más completa y coherente. Hasta llegar a Lionel Robbins, para quien:

"La Economía comprende la conducta humana como relación entre fines y medios escasos con usos alternativos. Cuando el tiempo y los medios son limitados

y susceptibles de ser clasificados por orden de importancia, entonces el comportamiento humano adopta necesariamente la forma de elección".

La escasez y la indeterminación están siempre relacionadas, ya que según Manuel López Cachero (34):

"Si aceptamos que los bienes económicos son escasos, tendremos también que admitir que su aplicación vendrá condicionada por una idea de indeterminación, desde el momento en que una utilización indebida de ellos agravaría la escasez".

La indeterminación nos lleva a formular criterios de elección o reglas de conducta que estén basados en el principio de racionalidad económica. Si además aplicamos el principio de la eficacia tendremos dos perspectivas, conseguir el máximo resultado con los recursos disponibles o emplear el mínimo de recursos con los que lograr un objetivo determinado.

François Perroux en su obra "La Economía del siglo XX", estima que la Economía se ha caracterizado históricamente por conflictos y cooperaciones, mediante los

(34) LOPEZ CACHERO, Manuel. "Teoría de la Decisión". p. 25.

cuales, los individuos y los grupos sociales emplean, producen e intercambian las cosas susceptibles de ser contabilizadas.

El fundamento de estas concepciones del Análisis Económico se encuentra en los métodos empleados para garantizar que las conclusiones sean aceptadas como verdaderas en el ámbito de la Ciencia Económica.

La calidad del conocimiento depende de la racionalidad aplicada en su proceso de obtención, por eso acudimos a la matemática para que nos proporcione diferentes racionalidades concretas. La matematización de la Economía supone un control metodológico que posibilita resultados rigurosos a cualquier razonamiento económico que la emplee, eliminando los mitos y dogmas existentes, además de hacer factible la traducción de las categorías utilizadas en las diversas escuelas.

La formalización de la Ciencia Económica es realizable, gracias a que comenzando el siglo XX, la matemática se ha desprendido del método axiomático genético inventado por los griegos, sustituyéndolo por el sistema axiomático formal, según el cual, los axiomas no tienen por qué tener significado.

La axiomática formal da respuesta a la idea de racionalidad entendida como conjunto de principios lógicos que han demostrado ser coherentes y que pueden aplicarse

en calidad de preceptos organizadores-estructuradores de la teoría. Es, por tanto, un lenguaje aportador de instrumentos de cálculo que hacen posible la predicción y el control de los problemas.

Los economistas contemporáneos aceptan el carácter empírico de la Ciencia Económica, pero tienen perspectivas diferentes respecto de la contrastación. Los agentes económicos son, por un lado computadores de información y por el otro intervienen voluntaria y conscientemente en la realidad económica con su comportamiento a través de decisiones. Cuando desean ponerse en contacto con la realidad recurren a las distintas funciones metodológicas que la matemática proporciona con el análisis multidimensional para vigilar los datos y verificar la información, pues es el único método que permite resolver el problema de la elección planteado por Robbins.

Samuelson señala como objetivo del análisis económico, la consecución de hipótesis dotadas de significado operacional, "hipótesis sobre datos empíricos cuya refutación es concebible, al menos bajo condiciones ideales". Este falsacionismo dogmático va a provocar la separación entre la lógica del descubrimiento y la lógica de la justificación, la primera progresa mediante los economistas teóricos y la segunda se encomienda a los económetras.

Finalmente, mencionaremos la corriente metodológica defendida por Koopmans y Wald. La posición de Koopmans

intenta superar la definición como ciencia a priori dada por Robbins de la Economía y la postura empirista de Friedman. Para lograrlo introduce el concepto de modelo. Asimismo, Wald es partidario de contar con un concepto distinto al de teoría y al de ley, que sirva de guía y soporte de la investigación económica.

Desde un punto de vista intuitivo un modelo es una aproximación a la realidad, de la que intenta reflejar alguno de sus aspectos más característicos y en su aspecto formal, un modelo es una estructura conseguida a partir de ciertos postulados, con la que podemos deducir una multiplicidad de implicaciones.

Si las consecuencias del modelo son comparables con la observación, se trata de modelos contrastables, o más exactamente falsables. Otra característica que distingue al modelo de la teoría es su pluralismo teórico, siendo perfectamente compatible que diferentes modelos referidos a un mismo fenómeno proporcionen explicaciones distintas, sin que ninguno de ellos anule a los demás, como ocurre con los modelos del ciclo económico de Googwin, Samuelson, Phillips, etc. También se diferencia el modelo y la teoría en el nivel de generalidad; mientras la teoría requiere un mínimo de generalidad, el modelo puede incluir proposiciones particulares junto a proposiciones generales.

La formulación de un modelo consiste en establecer

un conjunto de relaciones que pueden ser de definición, de condición o de comportamiento. Las primeras son identidades establecidas en base a las definiciones, las segundas expresan las condiciones que ha de cumplir el modelo, influyendo en que el mismo esté enunciado por un sistema de ecuaciones o de inecuaciones y que éstas sean ordinarias cuando el análisis es estático o sean diferenciales o en diferencias si es dinámico, contribuyendo además a que sea o no un modelo de optimización. Por último, las relaciones de comportamiento expresan la causalidad por la cual unas variables determinan a otras y el tipo de expresión que las liga.

Como el sistema económico es muy complejo, si queremos ordenar, interpretar y comprender la realidad, hay que efectuar una selección y simplificación de la información disponible. El primer paso consiste en restringir el ámbito de estudio y limitar el número de variables utilizadas; posteriormente se agregan las variables y sus relaciones se hacen más sencillas.

La ley de los grandes números favorece la pretensión macroeconómica de manejar un número limitado de variables, prescindiendo de las que explican comportamientos individuales. Contando con que el proceso de agregación parará cuando el coste en términos de pérdida de información detallada comience a perjudicar el valor explicativo del análisis teórico, ocultando las verdaderas relaciones

de comportamiento.

IV.3 CONOCIMIENTO ECONOMICO Y ECONOMIA DE LA EMPRESA

La evolución social de los últimos 160 años ha propiciado el crecimiento, en número y en dimensión, de diversas clases de organizaciones, tales como sindicatos, asociaciones profesionales, multinacionales, partidos políticos, burocracia estatal, etc. Estas organizaciones surgen de un proceso de cooperación del hombre con sus semejantes para lograr una mayor eficacia y, según Harvey Leibenstein:

"Da lugar a grupos duraderos de individuos que realizan ciertas actividades, de las que por lo menos, algunas se dirigen a la consecución de fines comunes a todos ellos".

Las causas que producen la colaboración entre los seres humanos son difíciles de precisar, pero el progreso técnico es sin duda un motivo, pensemos en cómo las nuevas tecnologías han obligado a aumentar la dimensión de las empresas y transformado la estructura de los mercados hacia formas monopolistas, cada vez más alejadas del esquema ideal de competencia perfecta.

La revolución de las organizaciones ha creado un

entramado de corporaciones que presionan y conforman la sociedad actual, por eso resulta extraño que los economistas modernos se hayan volcado en desarrollar un capitalismo de pequeñas unidades en el que sólo se dan dos clases de mercados, la competencia perfecta y el monopolio, dejando sin resolver el duopolio, el oligopolio o el monopolio bilateral. La aplicación de la teoría de juegos, es el único intento serio de superar las dificultades antes mencionadas.

Herbert Simon considera que la Ciencia Económica, al menos en su parte más desarrollada formalmente, como es la producción y el consumo, es una teoría de la cooperación inconsciente realizada en base a los precios que rigen el mercado. El intercambio de bienes y servicios acontece de manera impersonal, pues el fabricante no piensa en colaborar con los compradores de sus productos, sino en el precio que están dispuestos a pagar por conseguirlos.

En cambio, en una organización, la relación existente entre los que pertenecen a ella, es una cooperación consciente que no depende directa ni exclusivamente de los precios y que la Ciencia Económica no ha explicado completamente todavía.

La creciente complejidad del entorno en que se mueven las empresas hace que algunas de ellas estén experimentando en este momento una euforia de crecimiento aunque

en realidad se encuentren próximas al comienzo de su decadencia. La causa de semejante situación debe imputarse al fracaso de dirección y no a la saturación del mercado, ya que la dirección es la función primordial de la Economía de Empresa. Pensemos que primero se elabora la estrategia a seguir y luego, hay que adecuar a ella la estructura empresarial.

Con palabras de Erich Gutenberg (35):

"La dirección consiste en fijar la política empresarial a corto y largo plazo, además de coordinar los distintos sectores de la empresa, para poder alcanzar los fines previstos".

La solución de los problemas planteados por el ejercicio de la dirección empresarial requiere la especificación de dos actividades más, la planificación y la organización.

La planificación es una anticipación del desarrollo futuro de los suministros, producción, stocks, ventas, financiación, inversiones e investigación, con arreglo a un plan que fija el orden concreto de realización. Por tanto, permite asegurar los objetivos empresariales y coordinar los sectores parciales de la empresa mediante la

(35) GUTENBERG, Erich. "Economía de la Empresa". p. 28.

armonización de su funcionamiento.

Dependiendo de las características y necesidades de cada empresa, la programación incluirá la totalidad de los pasos a seguir, especificados pormenorizadamente, o sólo se indicarán las ideas fundamentales y los límites de actuación. Las empresas grandes con un proceso de producción complejo darán más importancia a la planificación organizada que las empresas con técnicas de producción sencillas y fáciles de controlar.

A priori, se considera que ninguno de los diferentes sectores de la empresa prevalece sobre los demás, por eso cuando existen diferencias, se orientará el plan global hacia la división más débil del sistema, hasta que se consiga elevarla al nivel de los restantes sectores.

Si la planificación especifica y ordena los objetivos de los diferentes campos de actividad empresarial, la organización transforma estos proyectos en una realidad concreta. Los dos instrumentos se complementan, ya que sin planificación la organización pierde la referencia adecuada y sin posibilidades de realización lo planteado se queda en concepción.

El carácter instrumental de la organización de la empresa posibilita la elaboración de disposiciones, es decir, instrucciones, indicaciones, líneas de orientación, acuerdos, costumbres y decretos legales, con los que guiar

la consecución de determinados procesos. Estas disposiciones pueden ser accidentales, estableciendo un orden de ejecución para un hecho único, o ser generales, regulando de forma indefinida los procesos que se repiten y son semejantes.

La función organizativa se basa en dividir la unidad empresarial en elementos parciales que se agrupan y ordenan en secciones superiores, de tal manera, que queden perfectamente delimitadas las competencias y responsabilidades de cada jerarquía, favoreciendo un desarrollo de la empresa sin obstáculos ni dificultades.

La problemática empresarial está vinculada a dos mercados, el de adquisición de bienes, servicios y mano de obra imprescindible en la actividad productiva, y otro, en el que se contemplan las ventas y distribución de los artículos o servicios obtenidos tras la interacción de los medios de producción, es decir, de la combinación del trabajo humano con los equipos mecánicos.

La función empresarial no se limita a estas actividades y a su complementación con publicidad, análisis de mercados, configuración del producto, etc.; sino que también requiere el control de la situación financiera, el estudio de sus necesidades crediticias a corto y a largo plazo, y la determinación del capital que asegure el proceso productivo. Finalmente, la contabilidad de explotación realiza el control de las múltiples influencias a

que está sometida la empresa.

La gestión empresarial consiste en combinar los factores elementales, como son el trabajo, el equipo y las materias primas, dando lugar a una cantidad de productos por unidad de tiempo. El grado de eficacia del proceso o productividad se logra al relacionar los bienes resultantes con los materiales empleados en su consecución, por tanto, mide el rendimiento de la combinación de factores elegida. Su cálculo numérico es bastante complicado, ya que en general existen diferencias cualitativas entre los productos y los factores, impidiendo que se adicionen. La única posibilidad de reducirlos a una unidad común es valorarlos monetariamente.

El valor de la productividad total se obtiene de un cociente, cuyo numerador refleja los costes de ocupación normal de la empresa, libres de la influencia de los precios y en el denominador figuran los costes de las cantidades reales de los factores utilizados en la producción después de depurarlos de las variaciones en los precios.

La frecuente imposibilidad de conseguir una expresión satisfactoria de la productividad global obliga a determinar las productividades parciales del trabajo, del material empleado, etc. Los incrementos de estos índices informan acerca de las mejoras en el trabajo manual, de una más fácil manipulación de los equipos, de medidas de

racionalización, etc.

Al emplear la racionalidad en el comportamiento empresarial tenemos que admitir el principio de economía, consistente en seleccionar la cantidad de cada factor que obtiene la mayor producción posible con unos medios determinados, o que permite alcanzar una producción concreta con la mínima participación de los factores, relacionando la situación de costes más favorables y la estructura de gastos verdaderamente realizada.

Las decisiones empresariales en los sistemas de economía de mercado se apoya en situaciones esperadas de ventas, costes y expectativas de desarrollo económico. Con esta concepción del mañana hay que adoptar las medidas que resuelvan los problemas actuales. Entre los principios básicos que los guían el más conocido es el de intentar conseguir el beneficio más alto posible a largo plazo, creando situaciones de rentabilidad de carácter estable y lo más favorable posible.

Algunas veces la preocupación por la seguridad lleva a desaprovechar ocasiones con las que lograr beneficios, además hay empresas que no siguen la recomendación del mayor incremento concebible de la rentabilidad, reemplazándola por el intento de cubrir costes, perseguir la utilidad pública, etc.

Otros dos principios fundamentales de la gestión

son el aumento de la productividad de la empresa que procura la máxima economicidad y el mantenimiento del equilibrio financiero, por el que se dispone de la liquidez precisa para cubrir las obligaciones de pago.

La organización y administración de empresas es una especialización que surge para estudiar desde un punto de vista eminentemente normativo las unidades de producción de los sistemas capitalistas. Se divide en dos ramas con tendencia actual a entremezclarse, la Organización Científica del Trabajo y la Administración Industrial.

Frederick W. Taylor desarrolla el concepto de Organización Científica en "The Principles of Scientific Management", 1911, cuya misión es lograr una progresiva adaptación del organismo humano a la máquina, hasta conseguir el máximo rendimiento en su trabajo; por tanto, su visión de la empresa se puede estimar como más técnica que sociológica.

La teoría de la dirección administrativa se debe a R.B.H. Haldane con "Report of the Machinery of Government Committee", 1918, H. Fayol con "Industrial and General Administration", 1930, L.H. Gulick y L. Urwick con "Papers on the Science of Administration", 1937, J.D. Mooney y A.C. Reyley en "The Principles of Organization", 1939.

Pretenden obtener la mayor eficiencia del grupo

de trabajo mediante la estructura óptima de relaciones y comunicaciones entre sus componentes. Se fijarán en las relaciones personales de los trabajadores de la empresa, en la forma de la estructura jerárquica y en los problemas de comunicación e información.

Cuando la Organización empresarial posee un fin general se pueden identificar las actividades productivas básicas, de servicio, supervisoras, etc., que permiten su consecución. El problema de asignar de forma eficiente una cantidad prefijada de actividades entre un grupo de personas, aconseja utilizar la departamentalización como solución factible de la distribución.

H.W. Kuhn y A.W. Tucker en "Contributions to the Theory of Games", 1953, proponen unos cálculos que lo explican satisfactoriamente en casos individuales, pero necesitamos enunciados generales que describan el reparto óptimo. La dificultad consiste en que la minimización del coste total de estas actividades, requiere que se agrupen las unidades más simples en otras de mayor dimensión, hasta llegar a los departamentos; pero existen costes a corto plazo que están asociados a cambios de una actividad a otra, costes a largo plazo relacionados con diferentes clases de entrenamiento y recogida de información. Además, el tiempo empleado en la realización de la suma de dos actividades no es igual a la suma de los tiempos de cada una de ellas.

La distribución del trabajo de forma eficiente hace necesario un conocimiento empírico de la similitud entre actividades, ya que llevan asociadas complementariedades y posibilitan su agrupación.

J. Marschak y R. Radner en "The firm as a team", 1954, elaboran un modelo formal para obtener decisiones óptimas en equipos de trabajo.

La departamentalización tiene dos aspectos, la necesidad de coordinación y la especialización por habilidades, las dos cosas no se pueden mejorar a la vez, puesto que al aumentar el tamaño de la empresa, disminuyen las ventajas marginales de la especialización y se incrementan los costes de coordinación.

De acuerdo con las ideas de Gulick, la manera de agrupar el trabajo en las organizaciones empresariales dependerá del objetivo, procedimiento, cliente, lugar o tiempo elegido en calidad de alternativa.

En consecuencia, los seguidores de la Organización Fisiológica y los de la Ciencia Administrativa basan sus teorías en motivaciones incompletas, no recogen el conflicto de intereses interno a la organización empresarial, ni consideran las limitaciones del ser humano como sistema de aprovechamiento de la información. En cuanto al conocimiento, no influye de forma suficiente en el momento de la identificación del trabajo, de su clasificación o de

la toma de decisiones.

La selección óptima dentro de un ambiente perfectamente definido, requiere que se planteen previamente el conjunto de alternativas entre las que escoger la acción a seguir, acompañadas de sus consecuencias. El ambiente social y organizativo sirve de marco de referencia para el decisor, determinando qué opciones considerará y cuáles ignorará, los efectos que preverá y los que no. La cantidad de información asequible al hombre racional influirá en su elección, por eso, debe conceptuársele como un ser subjetivamente-racional, en lugar de juzgarlo objetivamente-racional.

En "La Teoría de la Organización", 1981, James G. March y Herbert A. Simon utilizan una terminología de tipo sociológico que permite describir las tácticas de los integrantes de cualquier organización, resaltando los fenómenos económicos que son consecuencia de la interconexión de diferentes comportamientos.

Herbert Simon piensa que los economistas ven al hombre como una máquina, los psicólogos lo conceptúan movido exclusivamente por fuerzas internas y los sociólogos conceden importancia nada más que a las influencias externas derivadas del ambiente. Tomadas de forma aislada estas posiciones no logran predecir cuál va a ser el comportamiento humano en las organizaciones, por tanto, la

Teoría de la Organización las emplea a la vez, perdiendo el miedo a los límites disciplinarios.

March y Simon describen tres características esenciales de los procedimientos de influencia empleados en las organizaciones empresariales:

- 1º) Los canales de transmisión están perfectamente delimitados, aunque debe tenerse en cuenta la existencia de incertidumbre en el destino de las comunicaciones.
- 2º) Las instrucciones organizadas se basan en un lenguaje técnico, preciso y en ocasiones tan desarrollado que llega a ser críptico, excepto para el que lo emite y el que lo recibe.
- 3º) Los cargos de responsabilidad son relativamente estables, hallándose perfectamente definidos y explicitados desde el instante de su designación, por eso, el ambiente de relaciones interpersonales tenderá a ser invariable, permitiendo realizar predicciones respecto a este tema. Un ejemplo que lo evidencie, es el del vendedor que lleva su mercancía al mercado con una expectativa bastante aproximada de la cantidad total que suministrará y del precio de intercambio, aunque desconoce quién será el comprador y el precio exacto. Lo que demuestra que

las transacciones dentro de la organización empresarial pueden preplanificarse y pre coordinarse.

El comportamiento humano en la empresa es factible examinarlo conceptuando a los empleados o miembros de la organización como instrumentos pasivos que realizan trabajos, aceptan órdenes, carecen de iniciativas y su influencia es poco importante. De todas formas, los individuos poseen actitudes, valores u objetivos que no tienen por qué coincidir plenamente con los de la empresa, dando lugar a conflictos reales o potenciales, y esto hace que necesiten una motivación que los haga participar en el sistema, en base a la influencia, de la estructura de poder, del comportamiento de sus compañeros y de la moral personal.

Otras concepciones consideran que los miembros de la empresa son autores de decisiones y solucionan problemas, por eso la explicación de sus comportamientos requiere tener en cuenta los procesos de percepción y pensamiento.

F.W. Taylor efectúa múltiples estudios que facilitan la selección del método que permite obtener un mayor promedio de producción diaria, asimismo, aconseja la utilización de incentivos que favorezcan la realización del trabajo a un ritmo óptimo según el método empleado. El

problema es que la motivación de los obreros ante incentivos complementarios a la paga no es estable, ya que pueden variar sus aspiraciones con el paso del tiempo. Finalmente, sugiere la contratación de expertos que establezcan el procedimiento operatorio más eficiente para cada situación concreta y que aseguren su aplicación.

Los autores estudiados resumen las teorías anteriores a ellos, enlazan conocimientos no conexionados hasta entonces y proponen nuevas hipótesis que intentan verificar. La escasez de material empírico, impide la posibilidad de contrastaciones rigurosas que permitan comprender con más rigor la validez de los supuestos, evitando que sean arbitrarios. Por tanto, no especifican con suficiente minuciosidad la cadena de razonamientos que permite llegar a conclusiones determinadas.

Es de suponer que las nuevas líneas de investigación enunciarán hipótesis con un mayor grado de verosimilitud y obtendrán el material empírico suficiente que las someta a un riguroso control, con el que rechazarlas o modificarlas si es necesario.

IV.4 LAS EXPECTATIVAS RACIONALES

El hombre, a través de su comportamiento y especialmente con la toma de decisiones, genera aleatoriedad entendida como información. Vitalmente sabemos trabajar en am-

biente de incertidumbre, pudiendo elaborar distintas estrategias, pero la falta de certeza en el conocimiento impide la realización de inducciones que garanticen la verdad de las conclusiones.

J. Stuart Mill con su canon de la inducción resuelve el problema de elaborar teorías contrastables en base a unos datos, apoyándose en que la racionalidad obliga a una comunicación con la experiencia. Sus ideas han servido para que los pensadores matemáticos posteriores desarrollen esquemas lógicos de razonamiento aplicables a los procesos de inducción.

Al enfrentarse la matemática a la incertidumbre, surge una primera etapa de rechazo, en la que el determinismo es el protagonista del proceso que lleva a la obtención del conocimiento, siendo necesario el uso de variables ciertas. La incorporación de la incertidumbre da lugar a una segunda etapa que reconsidera el método científico a la luz de la teoría de la probabilidad, creando variables aleatorias y posteriormente la teoría de la inferencia.

Es necesario recurrir a la inferencia estadística como único medio para cuantificar el riesgo asumido en los procesos de generalización de hipótesis o de teorías. La Estadística proporciona criterios de representatividad de las muestras y de fiabilidad de las inferencias, dismi-

nuyendo con ello la posibilidad de efectuar generalizaciones erróneas. No asegura la verdad de los resultados inferidos, pero interviene en su contrastación y maximiza su grado de exactitud.

IV.4.1 La noción de Expectativa

Ya hemos visto cómo el método seguido por la Economía supone que los seres humanos actúan en toda circunstancia de forma racional; pero pretender que los hombres hacen siempre lo que es mejor para ellos, con el fin de predecir y explicar su conducta, no tiene en cuenta la dificultad que entraña el desconocimiento de las circunstancias futuras y presentes.

Todo individuo está inmerso en incertidumbre a la hora de tomar decisiones y además él mismo, al esperar descubrir y aplicar nuevos conocimientos, está alterando sus posibilidades hasta ese momento. Según Shackle, la incertidumbre es innevitable en la Economía, ya que (36):

"Los empresarios desean obtener ventaja sobre sus rivales mediante la innovación y la introducción de nuevos productos o nuevas tecnologías".

(36) SHACKLE, G.L.S. "Perspectivas empresariales y beneficio". p. 23.

La innovación es el principal medio para obtener éxito en los negocios, en consecuencia, se ejerce cierta presión sobre los empresarios para que busquen posibilidades de renovación del sistema productivo.

La toma de decisiones consiste en una elección entre cursos de acción rivales, pero lo que elegimos todavía no se ha realizado, ni son conocidas sus consecuencias directamente. En el caso de que sí sepamos cuáles son las repercusiones de cada elección, escogeremos la que proporciona una secuencia más deseable.

Establecer expectativas representa efectuar anticipaciones realizadas por un decisor en un contexto determinado, respecto de situaciones y acontecimientos futuros.

Lo que va a suceder sólo tiene existencia efectiva en el presente, que es cuando se produce la elección de la decisión.

El decisor desconoce todas las circunstancias que intervienen en el desarrollo de sus decisiones posibles y rivales, teniendo que elaborar juicios personales o subjetivos acerca de los valores futuros de sus consecuencias.

El futuro está configurado en parte por las expectativas de un decisor cualquiera y por la de millares de individuos contemporáneos a él. J. Akerman en "Shackl's System and Theories o Business Cycles", Metroeconómica,

volumen XI, 1959, describe la importancia del proceso que pretende conectar la expectativa individual y la decisión a que da lugar, con las de los otros decisores, para provocar un resultado colectivo enmarcado en la Economía en su totalidad. Al tratar de resolver el problema se plantean múltiples cuestiones, tales como ¿qué cambios económicos se producirán?, ¿qué proceso acumulativo se deriva de las nuevas decisiones?

Los resultados posibles de una decisión van a ser conocidos con antelación debido a que las expectativas son producto de la imaginación, pero esto no quiere decir que la creación de expectativas sea equivalente a la ficción o la fantasía. El comportamiento de los decisores se supone que es siempre racional y se basa en las características de la naturaleza humana, en la información que poseen de las cuestiones afines estudiadas con anterioridad, del planteamiento general del problema y del tiempo necesario para que se produzca la transformación prevista de la situación actual.

Los análisis de procesos nuevos suelen rehuir la incorporación de expectativas, pues siempre será preferible realizar previsiones respecto al comportamiento futuro de los procesos ya conocidos. Las expectativas son posibles gracias al estudio de las condiciones anteriores, tanto pasadas como presentes y al comportamiento de los procesos, las tendencias de su desenvolvimiento y los cau-

ces de su evolución. La elección posterior de una de las actuaciones posibles, ocasiona un hecho real y único que comprueba si las expectativas son ciertas.

Cuando elaboramos expectativas incluimos la confianza en que los acontecimientos se produzcan tal como los hemos previsto. Su formulación puede ser cualitativa, pero la reiteración de observaciones y el incremento en la exactitud de los pronósticos, se traduce en valoraciones cuantitativas que permiten predeterminar ciertas cuestiones entre las variables, expresables mediante modelos.

En las Ciencias Sociales, los microacontecimientos no influyen de forma individual en los grandes hechos, sino que se manifiestan a través de promedios. Por eso, las expectativas en Economía no se refieren a sucesos individuales, sino a tendencias fundamentales a lo largo del tiempo, que son la síntesis de los resultados más importantes y determinantes de los acaecidos.

¿Puede un decisor tener la expectativa de que van a cambiar sus propias expectativas?, ¿qué variaciones son factibles de pronosticar sin incurrir en una contradicción lógica? Para dar respuesta a estas cuestiones, debemos considerar que el paso del tiempo modifica el conocimiento, ya que la adquisición de nueva información respecto de los resultados decisionales, en instantes posteriores al inicial, posibilita que el decisor altere sus expectativas.

Como las expectativas se refieren a acontecimientos y condiciones específicas que dan lugar a uniformidades o regularidades expresables mediante leyes generales, podemos explicar los cambios en las expectativas empleando la lógica subyacente en los modelos econométricos; pero existe otra alternativa defendida por G.L.S. Shackle, quien no está conforme con razonamientos funcionales deterministas para prever el futuro a partir del pasado.

Shackle elabora una teoría que asigna un grado de sorpresa potencial Y a todos los resultados hipotéticos G de un plan de acción. Las expectativas del decisor las representa mediante una curva de sorpresa potencial $Y = Y(G)$, que justificaremos con sus palabras:

"Si yo pienso que, muy verosíblemente, lloverá mañana, puedo decir que a esta idea se le asocia una sorpresa potencial mayor que cero; como esta idea antagonista puede descomponerse en varias alternativas, sol, cielo cubierto, bruma, nieve, etc., yo atribuiré un grado de sorpresa potencial más débil a unas de estas hipótesis que a otras".

Que las expectativas del decisor cambien instantes después del inicial provoca la adopción de una curva de sorpresa potencial diferente a la atribuida en primer lu-

gar. Pero la nueva curva no puede especificarse de forma única, pues esto supondría que el decisor ya la había previsto desde el principio. Por tanto, la modificación de las expectativas determina un conjunto de curvas de sorpresa potencial de las cuales el decisor seleccionará una como representación del nuevo plan de actuación.

Las expectativas suelen tener un techo temporal de aplicación, ya que permiten anticipar experiencias y si la fecha es distante en el tiempo, puede hacer perder el interés por los sucesos o situaciones esperadas. Además, el plazo temporal considerado nos indica el límite, a partir del cual aparece la incertidumbre absoluta y la toma de decisiones resulta imposible. La influencia de los estados o sucesos futuros, aún cuando se consideran ciertos, son una función decreciente de su futuridad. Un ejemplo de ello puede ser el descuento a interés compuesto.

La acción colectiva de los hombres cambia en múltiples ocasiones los procesos sociales en los que están inmersos. Las expectativas inducen a una prealimentación del sistema que anticipa acontecimientos y permite que los hechos futuros se produzcan con cierto retardo o más pronto o alterados notablemente. En el epígrafe siguiente analizaremos en profundidad esta cuestión.

IV.4.2 Las Expectativas en las Ciencias Sociales

Hemos estudiado cómo los hombres tenemos expectativas respecto de la mayoría de los acontecimientos futuros. Las dificultades que este hecho provoca en las Ciencias Sociales las ha detallado Frank Knight en "Freedom and Reform", 1947; según sus palabras:

"La publicación de predicciones sobre sucesos venideros hace que los individuos influyan en el curso de los acontecimientos, falseando la predicción".

No es necesario que la predicción esté publicada o se la haya dado publicidad, pero sí es imprescindible que sea posible; lo que implica la necesidad de un modelo de predicción completo, del que conocemos el valor inicial de las variables. Estos modelos suelen incluir, por razones de sencillez y operatividad, un número pequeño de variables, de las múltiples que se ven afectadas por los acontecimientos, y además suelen estar sujetas a la cláusula *ceteris paribus*. La justificación de este proceder está perfectamente desarrollada por E. Grunberg en "Notes on Historical Events and General Laws", 1953; especificando que la predicción requiere observaciones que faciliten los valores iniciales de las variables y leyes empíricas atemporales.

La predicción puede tener un carácter individual o puede ser institucional, en el primer caso no tiene por qué existir un conocimiento general de la predicción, por lo que el comportamiento de los agentes no se verá afectado. Cuando esta información se da a conocer a todos, estamos ante una predicción institucional, que siempre es disponible y el comportamiento de los agentes se encuentra condicionado de tal forma, que la predicción misma pasa a ser una variable del sistema.

Hay momentos en los que las predicciones públicas no afectan las expectativas de los agentes y esto se debe a que las dos coinciden. Por tanto, la dificultad estriba en establecer una fórmula concreta que especifique, cómo se forman las reacciones de los agentes y los cambios en sus expectativas ante nueva información.

Modigliani y Grunberg, en "The Predictability of Social Events", 1954, explican cómo el Estado al comunicar con antelación la política a seguir, está favoreciendo la destrucción de sus objetivos, pues los agentes actuarán de manera diferente que si lo ignorasen, y demuestran las condiciones generales necesarias para que las predicciones públicas puedan hacer frente a la reacción de los agentes, mediante el siguiente ejemplo.

Supongamos que en el período t queremos predecir, para obtener alguna ventaja, el precio que prevalecerá

* y la cantidad abastecida en el período $t+1$.

p_t es el precio de mercado en el período t .

q_t es la cantidad vendida en el período t .

p_e es el precio que los abastecedores esperan en el período t que ocurra en el período $t+1$.

P es el precio previsto por el estado para el período $t+1$.

El precio preponderante en el mercado durante el período $t+1$ viene determinado por la demanda, $p_{t+1} = D(q_{t+1})$; mientras que la cantidad abastecida en $t+1$, se fija por decisiones tomadas en t , en base al precio esperado en $t+1$, por lo tanto, $q_{t+1} = S(p_e)$. Las expectativas del precio se obtienen a partir del precio en t y de la predicción pública, $p_e = E(p_t, P)$.

Si no existe predicción pública P , tenemos tres ecuaciones con tres incógnitas p_{t+1} , q_{t+1} y p_e , de fácil solución. En general no coincidirán p_{t+1} y p_e , pues lo normal es que los agentes económicos mantengan expectativas erróneas, ofertando una cantidad que provoca un precio diferente al esperado.

Cuando admitimos previsión pública P , nos enfrentamos a un sistema indeterminado de tres ecuaciones con cuatro incógnitas, teniendo que recurrir a la hipótesis de que P sea correcta, $P = p_{t+1}$.

Habrá periodos en los que los agentes económicos no estarán plenamente de acuerdo con la predicción del Estado, entonces la función de expectativas toma la forma:

$$P_e = aP + (1-a) p_t = P + (1-a)(p_t - P)$$

cuyos coeficientes son una medida de la creencia de los ofertantes en la predicción. Los valores de p_{t+1} que salen ahora son distintos a los que un mercado en equilibrio establecería.

En tanto que los agentes económicos realizan sucesivas predicciones, podemos suponer que ocurre un aprendizaje, mediante el cual, la función de expectativas proporciona cada vez, resultados más aproximados a la realidad. Esta mayor habilidad no puede ser aprovechada por el sector público para controlar los acontecimientos, excepto si conoce las posibles reacciones a su política económica, o si sabe cuáles son los determinantes de las expectativas de los agentes económicos.

Al emplear las expectativas en los modelos económicos, estamos disminuyendo la incertidumbre y la sustituimos por más información, aunque sea aproximada. Esto permite unos beneficios y una redistribución de los recursos que de otra forma no podrían lograrse.

IV.4.3 Expectativas Adaptativas y Expectativas Extrapolativas

La macroeconomía tradicional no consigue predicciones que se ajusten suficientemente a la realidad. La causa de estas diferencias reside en que parte de un estado de equilibrio y lo mantiene hasta el instante t , que es cuando se produce una variación de la variable exógena X , dando lugar a una respuesta de la variable endógena Y . En este proceso se está considerando de forma implícita que la variable exógena varía a saltos, en lugar de hacerlo continuamente, y que la variable endógena se ajusta inmediatamente en él hasta que se repita el cambio descrito.

Necesitamos formular nuevas teorías que se fundamenten en supuestos más realistas y que estudien la fluctuación de las variables mediante modelos dinámicos. En ellos, el ajuste de la variable endógena a un nuevo valor de equilibrio, ya no es instantáneo, pues se han incorporado variables lentas o costes de ajuste, además de lags o retardos y de expectativas.

En la adopción de decisiones, los agentes económicos tienen en cuenta valores actuales, del pasado y del futuro, de las variables relevantes. Respecto de la influencia del futuro en las decisiones actuales, son los modelos macroeconómicos con mecanismos de formación de expectativas, los únicos que pueden recogerla.

J.M. Keynes en su Teoría General, habla ya de expectativas, distinguiendo entre expectativas a corto y a largo plazo. Para él, los agentes económicos forman sus expectativas a corto plazo a partir de los valores anteriores de la variable estudiada y lo especifica mediante la siguiente ecuación:

$$v_{t-1,t}^e = f(v_{t-1}, v_{t-2}, \dots, v_{t-n})$$

siendo $v_{t-1,t}^e$ el valor predictivo que se ha calculado en el instante $t-1$, respecto a lo que pasará en el instante t . Los v_{t-i} se refieren a los valores de la variable en cada instante $t-i$.

En cuanto a las expectativas a largo plazo, Keynes ve en ellas motivaciones más psicológicas que económicas, son los "animal spirits" los que provocan inestabilidad en la Economía.

También el análisis "ex ante" de la Escuela de Estocolmo es un claro precedente de cómo las expectativas de variables económicas permiten explicar, en gran medida, los cambios producidos en el nivel de actividad de los negocios y aunque su aplicación se circunscribe a los problemas de corto plazo, ha suscitado numerosos trabajos respecto de las expectativas económicas.

A veces hay que elaborar predicciones en base a expectativas que cambian según varía la cantidad de infor-

mación recibida. En otras, la modificación se produce en la estructura del sistema. Esto hace que sea imprescindible fijar la clase de información a utilizar y determinar cómo se incorpora la estimación de las condiciones futuras en la estructura del modelo.

R. Lucas comprueba que las series temporales de Estados Unidos respecto de las tasas de inflación y desempleo están inversamente correlacionadas. Asimismo ocurre, cambiando obviamente de signo, con las series temporales de output real, una vez eliminada la tendencia y la inflación de salarios monetarios. En base a estos datos elabora una teoría de las expectativas, que consiste en asociar diferentes sendas temporales del nivel general de precios con sendas temporales de output real. También Milton Friedman, en "The Role of Monetary Policy", 1968, y E.S. Phelps en "Inflation, Expectations and Economic Theory", 1970, desarrollan una teoría similar, que se conoce con el nombre de hipótesis de la tasa natural.

La correlación cíclica entre el output real y los precios, surge del acoplamiento de la curva de demanda agregada con una curva de oferta, de inclinación positiva relativamente estable. El inconveniente de esta teoría se debe a que implica una curva de oferta agregada vertical, las fluctuaciones nominales de la demanda agregada conllevan variaciones exclusivamente en los precios y contradice la ausencia de ilusión monetaria referida a los

agentes económicos.

J.R. Hicks en "Value and Capital", 1946, había resuelto este problema en base a que el comportamiento de la oferta a corto plazo, con la información disponible, difiere de su comportamiento a largo plazo con información perfecta. El propio Hicks lo expresa de esta forma (37):

"Con objeto de explicar la rigidez de los salarios, tenemos que suponer que las partes participantes en la negociación del salario tienen alguna idea de los precios normales, que son quizá difícilmente distinguibles de los precios justos. La rigidez de los salarios se mantiene durante el tiempo que las partes afectadas emplean en convencerse de que los cambios en los precios son permanentes, ya sean precios de los productos del trabajo o de las cosas que el trabajo compra. Una vez que se han dado cuenta los salarios tienden a elevarse".

Existen varios modelos que reflejan el comportamiento de la oferta descrito por Hicks, con ellos se pretende encontrar la medida óptima de precios y salarios,

(37) HICKS, J.R. "Value and Capital". pp. 270 y 271.

actuales y futuros; además de fijar la relación entre precios esperados y precios actuales. Empezaremos describiendo el enfoque denominado expectativas adaptativas.

Las expectativas adaptativas se deben a Phillip Cagan, con su estudio sobre la hiperinflación y a Marc Nerlove, que desarrolla un modelo dinámico de la oferta agrícola. Unos años después, Milton Friedman utiliza las expectativas adaptativas en la obtención de la función de consumo.

La hipótesis de las expectativas adaptativas consiste en suponer que quien elabora las expectativas las corrige o adapta en proporción a los errores de previsión cometidos en el pasado. Así, para calcular en un instante temporal cualquiera t cual es el nivel esperado de la variable, sólo se tendrán en cuenta las expectativas efectuadas en el instante inmediatamente anterior $t-1$, más la corrección del error cometido en esa previsión. En los períodos siguientes, el proceso vuelve a repetirse.

Con expectativas adaptativas, los agentes económicos corrigen o adaptan sus expectativas nada más cuando son incorrectas, incrementándolas al estimarlas por defecto o reduciéndolas en el caso de haberlas estimado en exceso.

Al incorporar la hipótesis de expectativas a la oferta agregada, los precios actuales P_t y los precios es-

perados P_t^* están relacionados de la forma:

$$P_t^* = b P_t + (1-b) P_{t-1}^*, \text{ siendo } 0 \leq b < 1$$

Aunque resulta más apropiada la ecuación:

$$P_{t+1}^* = b P_t^* + (1-b) P_t, \text{ siendo } 0 \leq b < 1$$

pues tiene una finalidad predictiva.

El modelo empleado por Cagan lleva variables continuas en el tiempo, por eso sus ecuaciones son diferenciales en vez de diferencias finitas.

El examen de la dependencia entre las expectativas y los valores efectivos y pretéritos, requiere sustituciones repetidas.

$$\begin{aligned} P_{t+1}^* &= (1-b) P_t + b P_t^* = (1-b) P_t + \\ &+ b [(1-b) P_{t-1} + b P_{t-1}^*] = (1-b) P_t + \\ &+ b (1-b) P_{t-1} + b^2 [(1-b) P_{t-2} + b P_{t-2}^*] = \\ &= \dots = (1-b) \sum_{j=0}^{\infty} b^j P_{t-j} \end{aligned}$$

Los efectos de las expectativas alejadas en el tiempo se van apagando, pues el coeficiente b^{r+1} tiende hacia cero conforme r aumenta, dado que $0 < b < 1$. Un valor de b próximo a cero implica que los coeficientes $(1-b)b^j$ disminuyen rápidamente al aumentar j y las expectativas dependerán fundamentalmente de las experiencias recientes.

Los cálculos econométricos originados por las expec

tativas adaptativas son muy sencillos, por eso existen múltiples aplicaciones en Economía. Asimismo, el procedimiento se puede generalizar incorporando tendencias y efectos estacionarios.

La oferta agregada se puede expresar por:

$$Y_t = a(1-b)(P_t - P_{t-1}) + (1-b)Y_{t-1}$$

donde el coeficiente $a(1-b)$ produce una correlación similar a la observada en las series temporales de la inflación y del output, en análisis a corto plazo. También predice que un cambio único y definitivo en el nivel de precios no tendrá ningún efecto a largo plazo sobre el output real.

El inconveniente de esta expresión de oferta agregada es que proporciona incrementos ilimitados de output real, cuando se mantiene una adecuada política inflacionista. Incluso un incremento único y definitivo del precio permite aumentos del output en los múltiples períodos transitorios, aunque en el límite ya hemos visto que no hay expansión del output. También hay que tener en cuenta que la posibilidad de un output a largo plazo no puede ser refutada por la experiencia.

Una ecuación más elaborada respecto de las expectativas adaptativas es la de Dale W. Jorgenson, que es descrita en "Rational Distributed Lag Functions", 1966. Jorgenson denomina L al operador de retraso de una serie

temporal X_t , de tal forma, que $LX_t = X_{t-1}$. Los polinomios del operador de retraso se expresan mediante $N(L)$ y $V(L)$, proporcionando como ecuación que relaciona los precios actuales P_t con los precios esperados P_t^* :

$$V(L) P_t^* = N(L) P_t$$

La función de oferta agregada resultante es:

$$V(L) Y_t = a [V(L) - N(L)] P_t$$

Restricciones en $N(L)$ y en $V(L)$ pueden garantizar que una tasa constante de inflación no tenga efectos a largo plazo sobre el output y que una modificación única y definitiva del nivel de precios no conlleve efectos a largo plazo sobre el output real. Lucas, Rapping, Cagan y Gordon han estudiado las restricciones lineales de los coeficientes de esta ecuación.

Una orientación similar a las expectativas adaptativas es la seguida por Modigliani-Suth con sus expectativas extrapolativas, cuya expresión matemática es:

$$V_t^e = b \sum_{i=1}^N a_i V_{t-1} + (1-b) B (V_{t-1} - \bar{V}_{t-1})$$

donde $0 < b < 1$ y \bar{V}_{t-1} es el valor de equilibrio de la variable V_{t-1} , calculado a partir de la fórmula:

$$\bar{V}_t = \sum_{i=0}^M r_i V_{t-1}$$

Las expectativas adaptativas y las extrapolativas no resuelven satisfactoriamente los problemas planteados,

puesto que los agentes económicos sólo tienen en cuenta la historia de la variable hasta ese momento cuando forman sus expectativas respecto a una variable para hacer predicciones. Otra objeción que se les puede achacar a estas dos clases de expectativas, es que no conceden capacidad de aprendizaje a los agentes económicos, obligándoles a cometer los mismos errores en los períodos siguientes.

Por otra parte, los esquemas de expectativas adaptativas no rechazan la posibilidad de manejar expectativas sistemáticamente sesgadas, según la expresión:

$$Y_t = a (P_t - P_t^*)$$

de tal forma, que si las expectativas de precios se mantienen en promedio por debajo de los precios actuales, la inflación producirá por término medio un output real mayor.

Dar respuesta a muchos de estos problemas ha llevado a la elaboración de la hipótesis de expectativas racionales.

IV.4.4 Modelos de Expectativas Racionales

Hemos definido las Expectativas como predicciones efectuadas sobre sucesos futuros, lo que obliga a precisar la distribución de probabilidad subjetiva de los resultados y a admitir el supuesto de racionalidad.

Es necesario incorporar la racionalidad, ya que es un principio aplicable a todo problema dinámico; además, si las expectativas no son racionales, los economistas no pueden obtener beneficios en su actividad como gerentes de empresas, especulando con productos o vendiendo información a los propietarios actuales de las mercancías. De igual forma, los sesgos sistemáticos, la información incompleta, la falta de memoria, etc., pueden ser examinados con métodos analíticos basados en la racionalidad.

La justificación teórica de la racionalidad se completa con una comprobación real, que demuestra las ventajas de las teorías racionales para explicar los fenómenos observados respecto de cualesquiera otras teorías. Los estudios de expectativas de datos llegan a la conclusión de que los modelos utilizados en Economía con criterios de expectativas racionales, son igual o más exactos que aquellos en los que no se tiene en cuenta, constatándose también que las expectativas efectuadas suelen subestimar el alcance de los cambios que tienen lugar en el presente.

Lo que parece inexplicable es la tardanza en considerar las expectativas como modelos de dinámica racional, cuando en los demás aspectos de la conducta empresarial la racionalidad se ha asumido desde hace tiempo. En 1954, E.O. Heady y D.R. Kaldor publican "Expectations and Errors in Forecasting Agricultural Prices", encontrando, que en

promedio, las expectativas son más exactas que las extrapolaciones simples. Sólo en los análisis transversales de las expectativas es cuando aparecen diferencias importantes con la realidad. Posteriormente, F. Modigliani y H.M. Weingartner obtienen conclusiones similares respecto a la exactitud de las expectativas racionales, como queda reflejado en "Forecasting Uses of Anticipatory Data on Investment and Sales", 1958.

La inclusión de la hipótesis de expectativas racionales disminuye la posibilidad de que se produzcan sorpresas, quedando la aleatoriedad como único origen de confusión para los agentes económicos. Describiremos ahora algunas repercusiones y matizaciones de esta hipótesis.

En primer lugar supondremos que las expectativas elaboradas por los agentes económicos son iguales a las expectativas generadas por el modelo econométrico predictivo empleado. Por otra parte, se considera que los agentes económicos no cometen dos veces los mismos errores con sus predicciones a lo largo del tiempo, mejorando así la regla con la que forman sus expectativas e impidiendo que cometan errores sistemáticos.

Otro principio que exige la racionalidad de las expectativas, es el de la selectividad. Cuando los agentes económicos incurren en expectativas imperfectas, sufren pérdidas que les obligan a desaparecer de la Economía; mientras que si trabajan con expectativas más correctas

obtienen beneficios e incrementan su participación en la Economía.

Hay que tener en cuenta que las expectativas racionales no son predicciones perfectas, es decir, no tienen como finalidad establecer el valor futuro exacto de las variables, por eso en el modelo se incluye un error aleatorio, al que exigimos sea imprevisible o asistemático.

El supuesto de expectativas racionales no requiere que los agentes económicos conozcan los valores actuales y pasados de todas las variables del modelo. En cada modelo habrá que concretar cuál va a ser la información disponible, teniendo en cuenta que algunas variables proporcionan sus valores con cierto retraso.

Las encuestas realizadas para conocer cuáles son las expectativas empresariales, revelan grandes diferencias respecto a las predicciones efectuadas sobre una misma variable. Por lo tanto, las expectativas racionales no pueden suponer que en un momento dado, todos los agentes económicos elaboran predicciones idénticas. Lo que mantendremos es que sus predicciones están distribuidas en torno a un valor promedio, esto nos permite agregar las expectativas de todos los agentes en una sola que las represente.

Las expectativas racionales resultan ser un proceso de aprendizaje por corrección de errores. Por eso, los

cambios inesperados en alguna de las relaciones estructurales de la Economía, hace que las expectativas elaboradas inmediatamente después, sean no racionales; siendo necesario corregir progresivamente los errores hasta lograr que las expectativas sean racionales de nuevo. La no aplicación de las expectativas racionales en estos instantes posteriores a los cambios estructurales sorpresa, no es una debilidad propia de este tipo de modelos, no hay modelo predictivo alguno que explique convenientemente los comportamientos de la Economía en esos momentos. Todo esto muestra las diferencias entre las expectativas racionales y las expectativas adaptativas comentadas anteriormente, pero podemos recoger un caso concreto en el que los precios corrientes son más altos que los precios esperados. Las expectativas racionales proporcionan un precio estimado que está en función de cuál sea la oferta de dinero, de tal forma, que si la política económica favorece los incrementos de precios, el precio esperado aumentará y si contrarresta los saltos inflacionarios, disminuirá. Por el contrario, la incorporación de expectativas adaptativas aconsejaría que la previsión del precio para el período siguiente fuese mayor que el esperado anteriormente.

En la hipótesis de expectativas racionales asumimos que las ecuaciones del sistema son lineales y que las perturbaciones causales se distribuyen normalmente, ya que

según H.V. Allen en "A Theorem Concerning the Linearity of Regression", 1938, y T. Ferguson en "On the Existence of Linear Regression in Linear Structural Relations", 1955, cuando las variables tienen varianza finita existe una función de regresión lineal, si y sólo si, las variables se distribuyen como una normal.

H.A. Simon, en "Dinamic Programming Under Uncertainty With a Quadratic Criterion Function", 1956, y H. Theil en "A note on Certainty Equivalence in Dynamic Planning", 1957, añaden la propiedad de equivalencia cierta a la hipótesis de expectativas racionales, justificándola en base a la función de utilidad.

IV.4.4.1 El modelo propuesto por J.F. Muth

En 1961, J.F. Muth, basándose en las ideas propuestas por Modigliani y Grundberg en 1954, publica "Rational Expectations and the Theory of Price Movements". Para Muth, en ambiente de incertidumbre, las expectativas racionales deben expresarse mediante distribuciones probabilísticas de las variables utilizadas para predecir. Como lo normal es que estas distribuciones de probabilidad sean desconocidas por nosotros, es aconsejable utilizar una hipótesis práctica de expectativas racionales.

Consiste esta hipótesis en sustituir las distribuciones de probabilidad de las variables por su esperanza

matemática, de tal forma, que las expectativas racionales sean predictores insesgados que incorporan íntegramente la teoría económica conocida hasta ese momento y reciben la totalidad de la información disponible.

$$v_{t-1,t}^e = E(V_t/D_{t-1}) = V_t + e_t$$

Siendo V_t el valor de la variable en el instante t , $v_{t-1,t}^e$ el valor esperado de la variable que ha sido elaborado en $t-1$ respecto a t , D_{t-1} el conjunto de información disponible en el instante $t-1$, $E(V_t/D_{t-1})$ la esperanza matemática de V_t condicionada a D_{t-1} y e_t un residuo aleatorio debido a que las expectativas racionales no son predicciones perfectas, al que exigimos que $E(e_t) = 0$ para todo t , $\text{varianza}(e_t) = \text{varianza}(e_{t+i})$ para todo i , y finalmente $E(e_t \cdot e_{t-i}) = 0$ para todo $i \neq 0$.

Muth realiza un análisis de las expectativas racionales en un mercado aislado para captar mejor el proceso de fluctuación de los precios. El período de variaciones de precios lo fija breve y la producción de mercancías considera que no puede ser repuesta. La dificultad la encuentra al estudiar los efectos que ejercen sobre la oferta los cambios producidos en el número de empresas; lo soluciona sobre la base de costes dinámicos y admitiendo series de relaciones de oferta cortas y largas. El fundamento de estas suposiciones reside en los trabajos de N.S. Buchanan, "A Reconsideration of the Cobweb Theorem", 1939,

y de G. Akerman, "The Cobweb Theorem", 1957, donde analizan los efectos que las variaciones en la oferta producen sobre los costes.

Las ecuaciones del mercado aislado son:

$$C_t = -b p_t \quad (\text{Demanda})$$

$$P_t = g p_t^e + u_t \quad (\text{Oferta})$$

$$P_t = C_t \quad (\text{Equilibrio de mercado})$$

Muth denomina P_t al número de unidades producidas en el período t , C_t a la cantidad consumida en t , p_t al precio de mercado en t , p_t^e al precio de mercado en t influenciado por la información recibida en el período $t-1$, y u_t representa las variaciones en la producción del período t .

Del sistema de ecuaciones anterior resulta la expresión:

$$P_t = \frac{-g}{b} p_t^e - \frac{1}{b} u_t$$

El valor de u_t es desconocido cuando se toma la decisión de producción, pero sabemos su valoración en el mercado: por eso, la predicción de este modelo se basa en el reemplazamiento de u_t por su valor esperado condicionado a los sucesos pasados.

Muth supone en primer lugar que u_t no está correlacionado serialmente y que $E(u_t) = 0$, en consecuencia es

$E(p_t) = \frac{-q}{b} p_t^e$. La aplicación de estas hipótesis cuando la predicción del modelo es sustancialmente mejor que las expectativas efectuadas por las empresas, consiste en obtener beneficios especulando con inventarios o contrastando el informe de previsión de precios de las empresas.

La racionalidad obliga a que las predicciones de la teoría coincidan con el conjunto de expectativas elaboradas por las empresas $E(p_t) = p_t^e$; desapareciendo la posibilidad de ganancias cuando $q/b \neq -1$, ya que entonces el precio esperado iguala al precio de equilibrio o se cumple que $p_t^e = 0$.

Las perturbaciones sólo se han tenido en cuenta en la función de oferta, por eso los precios y las variaciones en la cantidad de un período respecto al próximo estarán especificados sobre la curva de demanda.

El análisis descrito tiene poco interés empírico pues los costes se consideran impredecibles y sin embargo en muchos mercados lo primordial es reflejar los efectos que producen los ingresos en la demanda y cuáles son los costes alternativos de los suministros, dado que algunos costes variables pueden predecirse utilizando información anterior, originándose un precio esperado de la forma:

$$p_t^e = - \frac{1}{b+q} E(u_t)$$

Esto lleva a Muth a presuponer en segundo lugar que las expectativas incorporan perturbaciones correlacio-

nadas serialmente. Por eso expresa u_t como una combinación lineal de la historia anterior de las variables aleatorias E_t , que son independientes y tienen distribución normal de media cero y varianza σ^2 . La correlación de u_t se obtiene con una elección apropiada de las ponderaciones V_i .

$$u_t = \sum_{i=0}^{\infty} V_i E_{t-i}, \text{ tal que } E(E_j) = 0, \text{ y}$$

$$E(E_j \cdot E_i) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

El precio p_t es ahora una función lineal de las perturbaciones independientes anteriores:

$$p_t = \sum_{i=0}^{\infty} w_i E_{t-i}$$

De igual forma, el precio esperado p_t^e , una vez pre-fijada la información del período $t-1$, tiene como estructura:

$$p_t^e = w_0 E(E_t) + \sum_{i=1}^{\infty} w_i E_{t-i} = \sum_{i=1}^{\infty} w_i E_{t-i}$$

ya que E_t se reemplaza por su valor esperado y $E(E_t) = 0$.

Al incorporar estas expresiones en la conexión que refleja las condiciones de equilibrio de mercado, obtenemos que:

$$w_0 E_t + (1 + \frac{q}{b}) \sum_{i=1}^{\infty} w_i E_{t-i} = -\frac{1}{b} \sum_{i=0}^{\infty} V_i E_{t-i}$$

Muth iguala los coeficientes de los E_j , lo que le

permite conseguir unas ecuaciones que relacionan los precios con las funciones de expectativas de precios, en base a los costes de los períodos anteriores, que hemos supuesto independientes. Estas ecuaciones son:

$$w_0 = -\frac{1}{b} v_0$$

$$w_i = -\frac{1}{b+q} v_i$$

Con ellas, Muth llega a una fórmula de predicción:

$$p_t^e = \frac{b}{q} \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{q}{b+q}\right)^j p_{t-j}$$

con la que puede pronosticar ponderaciones óptimas, tanto si la perturbación incluye componentes permanentes, como si son transitorios. Una aplicación de este coeficiente de ajuste es el trabajo de Muth denominado "Optimal Properties of Exponentially Weighed Forecasts". También lo emplea M. Nerlove para estimar la elasticidad del suministro de ciertos productos agrícolas en su escrito "The Dynamic of Supply: Estimation of Farmers' Response to Price", aunque Nerlove no lo hace depender de los coeficientes de oferta y demanda.

Consideremos ahora otro supuesto de Muth, ¿qué ocurriría si no tenemos en cuenta la hipótesis de racionalidad? Cuando las expectativas rebajan el efecto de las variables debido al exceso o minusvaloración de sus previsiones, la ecuación para obtener el precio esperado óptimo queda de la forma siguiente:

$$p_t^e = f_1 w_1 E_{t-1} + \sum_{i=2}^{\infty} w_i E_{t-i}$$

La ponderación adjudicada a las perturbaciones exógenas más recientes se multiplica por el factor f_1 , que valdrá más que la unidad si la información está usualmente supervalorada y menos que uno en los casos de infravaloración.

En general, las desviaciones de la previsión racional para una empresa individual están débilmente correlacionadas con las de las demás empresas, de tal forma que las diferencias encontradas en el análisis transversal producen un efecto insignificante en comparación con las variaciones totales de una variable. Sólo es necesario introducir modificaciones cuando la correlación de los errores es fuerte y depende sistemáticamente de otras variables explicativas.

Una de las aplicaciones desarrolladas por Muth es la obtención de beneficios especulando con inventarios. El inventario de almacenaje implica unos efectos económicos debido a que la predicción del modelo es más exacta que las expectativas efectuadas por las empresas. Para estudiar esta especulación necesitamos una ecuación de demanda de almacenaje que dependa de la diferencia entre el precio futuro esperado de las mercancías y su precio actual.

Supongamos que un individuo tiene la oportunidad de comprar con precio desconocido en el t -ésimo período para vender en el período siguiente a un precio ignorado por él. Además, en el almacenaje, el tipo de interés y los costes de transacción son poco significativos.

En el momento de la compra no se sabe si se conseguirán beneficios, pero siempre existe la expectativa de ganar. Llamando I_t al inventario especulativo existente después del t -ésimo período, que puede ser positivo o negativo, el beneficio obtenido vendrá representado por:

$$r_t = I_t (p_{t+1} - p_t)$$

Qué cuantía se adquiriera de inventario, depende de la expectativa de utilidad del beneficio, de tal manera que para variaciones pequeñas en el beneficio, podemos aproximar la función de utilidad a un desarrollo en serie de Taylor, considerado en el origen.

$$u_t = \varnothing(r_t) = \varnothing(0) + \varnothing'(0) r_t + \frac{1}{2} \varnothing''(0) r_t^2 + \dots$$

La utilidad esperada estará en función de los momentos de la distribución de probabilidad de r .

$$E(u_t) = \varnothing(0) + \varnothing'(0) E(r_t) + \frac{1}{2} \varnothing''(0) E(r_t^2) + \dots$$

Como $r_t = I_t (p_{t-1} - p_t)$, podemos escribir que:

$$E(r_t) = I_t (p_{t-1}^e - p_t)$$

$$E(r_t^2) = I_t^2 [\sigma_{t,1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2]$$

Siendo p_{t+1}^e el promedio condicional del precio en el período $t+1$, conocida toda la información disponible hasta el período t . $\sigma_{t,1}^2$ representa la varianza condicional.

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de utilidad esperada, tendremos:

$$E(u_t) = \phi(0) + \phi'(0) I_t (p_{t+1}^e - p_t) + \frac{1}{2} \phi''(0) I_t^2 [\sigma_{t,1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2] + \dots$$

Como el inventario satisface la condición de que:

$$\frac{dE(u_t)}{dI_t} = 0$$

una primera aproximación de I_t es:

$$I_t = \frac{\phi'(0) (p_{t+1}^e - p_t)}{\phi''(0) [\sigma_{t,1}^2 + (p_{t+1}^e - p_t)^2]}$$

Muth añade dos supuestos adicionales, que el precio se distribuye según una normal, con lo que consigue la independencia de $\sigma_{t,1}^2$ respecto de p_t^2 , y que el cuadrado del cambio del precio esperado es relativamente menor que la varianza, debido a que sólo considera cambios pequeños. Con estos postulados obtiene una ecuación de I_t más simple.

$$I_t = a (p_{t+1}^e - p_t), \text{ donde } a = \frac{-\phi'(0)}{\phi''(0) \sigma_{t,1}^2}$$

Estos resultados no se alteran de forma importante si se introducen costes de inventario.

El problema de la demanda total de Stocks es que depende del tamaño del mercado y de la mayor o menor facilidad para inventariar los productos. La carne puede almacenarse en estado vivo, en conserva, en proceso de curación, etc., mientras que otras mercancías no tienen tantas posibilidades. Por otra parte, los útiles duraderos son acumulados por las familias en cuantías importantes, lo que no está garantizado que ocurra con los no duraderos.

Si las expectativas de precios son racionales, la especulación con mercancías reduce las desviaciones de los precios al extender el efecto de la perturbación a varios períodos de tiempo.

Asimismo, M.G. Kendall ha estudiado los inventarios en "The Analysis of Economic Time-Series. Part I: Prices", en donde describe aplicaciones para las variaciones diarias o semanales de precios de una mercancía cuya producción es anual. Según Kendall, si los flujos de producción y de consumo son poco significativos respecto al nivel del inventario especulativo, el proceso se aproxima a una caminata aleatoria.

IV.4.4.2 El modelo de R. Lucas

En 1969, R. Lucas utiliza las ideas de Muth para

elaborar, junto a L.A. Rapping, un modelo en el que la decisión del consumidor se observa en dos períodos y los objetos que pueden elegir son cuatro: bienes de consumo corriente, ocio corriente, bienes futuros y ocio futuro. El trabajo que recoge estos conceptos se denomina "Real Wages, Employment and Inflation", y en él se emplea una función de oferta de trabajo que permite diferenciar la respuesta de la oferta según los cambios sean permanentes en los precios y salarios, o sean variaciones transitorias. Además, los precios y salarios corrientes son conocidos.

Las modificaciones en la oferta de trabajo inciden en los mercados de bienes a través de las empresas, produciéndose una función de oferta agregada que es vertical respecto a los cambios permanentes en los precios, debido a la falta de ilusión monetaria. La inclinación de la curva es positiva para los movimientos transitorios de los precios, consecuencia de las correlaciones observadas entre el precio y el output.

Para facilitar el análisis, Lucas supone linealidad en logaritmos para las ecuaciones del modelo, representando la función de oferta agregada como $Y_t = a(p_t - p_t^*)$, en donde Y_t es el logaritmo del output real en el período t , p_t es el logaritmo del nivel de precios en t , y p_t^* el logaritmo del índice de precios futuros esperados en t . Lo demás se considera constante.

Lucas advierte que la función de oferta agregada tiende a incrementarse cuando la tasa de inflación esperada cae, por lo que cree necesario añadir dos supuestos más. Uno estriba en que la respuesta durante el primer período de p_t^* ante cambios de p_t debe ser menos que proporcional para que la curva de oferta a corto plazo tenga una inclinación consistente con las correlaciones observadas entre el precio y el output. La segunda se refiere a que $p_t^* = p_t$ si los precios son constantes, ya que hemos admitido la hipótesis de comportamiento racional.

Según R. Lucas, las expectativas racionales $E(p_t - p_t^*) = 0$, provocan una tasa natural de output en la ecuación de oferta agregada, para comprobarlo es necesario conocer simultáneamente la distribución de los precios actuales y la de los esperados. Recurre también a una curva de demanda agregada $Y_t + p_t = X_t$, que es una hipérbola rectangular y en la que X_t representa el logaritmo del PNB nominal.

$$X_t = r_1 X_{t-1} + r_2 X_{t-2} + E_t$$

Siendo $\{E_t\}$ una sucesión de variables aleatorias independientes que reflejan las decisiones gubernamentales y privadas no relacionadas sistemáticamente con las otras variables del modelo. Su distribución es idéntica, de tipo normal con media cero y varianza σ^2 .

En el análisis de las expectativas adaptativas no

ha hecho falta aludir a qué precios futuros se refiere el pronóstico p_t^* , pero con expectativas racionales es imprescindible hacerlo. Lucas utiliza el precio del período siguiente p_{t+1} como variable para la que p_t^* constituye una previsión, asignando a p_t^* el valor de su media más un error de predicción n_t , que se distribuye independientemente de E_t , aunque mantiene las mismas propiedades.

$$p_t^* = E(p_{t+1}/x_t, x_{t-1}, n_t) + n_t$$

El modelo lineal de Lucas es:

$$Y_t = a(p_t - p_t^*)$$

$$Y_t + p_t = X_t$$

$$X_t = r_1 X_{t-1} + r_2 X_{t-2} + E_t$$

$$p_t^* = E(p_{t+1}/x_t, x_{t-1}, n_t) + n_t$$

Muth define las soluciones al sistema de ecuaciones como los elementos del espacio formado por sucesiones de realizaciones. Lucas es más restrictivo, pues considera que las soluciones pertenecen al espacio de funciones que relacionan las variables estado actuales.

Iguando las dos relaciones primeras se consigue eliminar Y_t , obteniéndose que $(1+a)p_t - ap_t^* = X_t$, ecuación en donde encontramos soluciones lineales para p_t y p_t^* .

$$p_t = S_1 X_t + S_2 X_{t-1} + S_3 n_t$$

$$p_t^* = S_4 X_t + S_5 X_{t-1} + S_6 n_t$$

Hay seis restricciones lineales e independientes para S_1, S_2, \dots, S_6 .

$$(1+a) S_1 - a S_4 = 1$$

$$(1+a) S_2 - a S_5 = 0$$

$$(1+a) S_3 - a S_6 = 0$$

$$S_4 = r_1 S_1 + S_2$$

$$S_5 = S_1 r_2$$

$$S_6 = 1$$

Para Lucas, la solución hallada de Y_t representa la desviación porcentual del output real respecto de su tasa natural.

$$Y_t = \frac{a(1+a)(1-r_1) - r_2 a^2}{(1+a) [1+a (1-r_1)] - r_2 a^2} X_t - \frac{r_2 a^2}{(1+a) [1+a (1-r_1)] - r_2 a^2} X_{t-1} - \left(\frac{1}{1+a}\right) n_t$$

El coeficiente de X_t vale entre cero y uno, puesto que es la correlación observada. Además, si la demanda es estable, la media incondicionada de Y_t es cero, ya que las medias de X_t y de n_t también lo son.

La opinión de Lucas es que (38):

"Con esta solución para Y_t se pueden obtener las propiedades de las se-

(38) LUCAS, Robert E. "Un test econométrico sobre la hipótesis de la tasa natural". p. 82.

ries temporales de los precios y del output real, con independencia de la política económica elegida. Si la demanda es perfectamente estable ($r_1 = r_2 = \sigma^2 = 0$), el output real variará de forma asistemática, debido al error de las expectativas n_t . Cuando la política es de carácter aleatorio ($r_1 = 1$, $r_2 = 0$, y σ^2 arbitrario), el output real evolucionará de la misma manera asistemática y el nivel de precios seguirá una caminata aleatoria. Estas dos políticas económicas son superficialmente diferentes, pero comparten que cualquier desplazamiento de la demanda es permanente".

Esta variación única y definitiva de la demanda implica que los parámetros reflejo de la política económica cambian, por tanto, no se pueden estimar los parámetros actuales sumando los de períodos anteriores, ya que ahora son irrelevantes. Para contrastar el modelo emplea el método de los mínimos cuadrados ordinarios, con el que consigue estimaciones consistentes y asintóticamente normales de los parámetros a , r_1 y r_2 .

Las conclusiones obtenidas por R. Lucas con este modelo son:

- 1º) Que la hipótesis de expectativas adaptativas manejan parámetros fijos y esto es incompatible con la correlación cíclica entre el output real y los precios, recogida estadísticamente.
- 2º) La hipótesis de expectativas racionales garantiza la correlación cíclica anterior, en el caso de que los errores en las expectativas sean la única causa de la rigidez de los precios.
- 3º) La hipótesis de correlación cíclica entre el output real y los precios, convierte los parámetros en coeficientes de comportamiento.

El modelo empleado por Lucas para describir la Economía, es en lo fundamental, igual al enunciado por P.A. Samuelson en "An exact consumption - loan model of interest with or without the contrivance of money". La idoneidad del modelo para ejemplificar problemas de teoría monetaria es comprobada por Cass y Yaari en "A Re - examination of the Pure Consumption Loans Model" y en "A note on the role of Money in Providing Sufficient Intermediation".

Lucas realiza una aplicación de su modelo con la que intenta resolver la paradoja planteada por J.G. Gurley en "A program for Monetary Stability", por eso postula que los agentes económicos deben estar libres de ilusión

monetaria, consiguiendo de esta forma que las expansiones monetarias anunciadas y proporcionales, no tengan repercusiones reales.

Un enfoque precursor de este trabajo se debe a E.S. Phelps con su "Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory", pues describe la relación entre el empleo y la inflación en un marco neoclásico. Lucas añade el postulado de que todas las transacciones se hacen con información completa.

Describiremos ahora el ejemplo de Lucas. Los intercambios tienen lugar en dos mercados separados físicamente, en donde los agentes económicos se comportan óptimamente en base a sus objetivos y expectativas. Las perturbaciones se deben a que el número de comerciantes asignados a los mercados en cada período de tiempo, es estocástico, lo que origina fluctuaciones en los precios relativos de ambos mercados. Los cambios estocásticos en la cantidad de dinero provocarán fluctuaciones en el nivel nominal de precios, esto es, en el tipo de cambio medio entre el dinero y las mercancías.

Los agentes económicos reciben la información del estado actual de las perturbaciones reales y monetarias a través de los precios del mercado particular en que cada agente se encuentra. Pero la información facilitada a los comerciantes con los precios de mercado es inadecuada para que distingan las perturbaciones reales de las moneta-

rias. En este contexto, los movimientos del output real se producen en la misma dirección que las fluctuaciones monetarias.

Lucas supone que en cada período nacen N individuos y que todos ellos viven dos períodos, el actual y el siguiente. En un período cualquiera, habrá por lo tanto una población constante $2N$, de los que N son de edad cero y los otros N de edad uno.

Durante el primer período de vida, cada persona oferta guiada por sus preferencias, n unidades de trabajo que producirán n unidades de output. El output consumido por un miembro de la generación más joven, que es la que no produce, se representa mediante c^0 y el output consumido por cada individuo de la generación más vieja con c^1 . Admitiendo que no se puede almacenar output, pero se permite eliminarlo, las posibilidades agregadas de producción-consumo per cápita estarán representadas por:

$$c^0 + c^1 \leq n, \quad \text{siendo } c^0, c^1, n \geq 0$$

El dinero emitido por el gobierno se transfiere a los miembros de la generación más vieja cuando comienza el período y su cantidad es proporcional a las tenencias anteriores de cada individuo. Como la herencia no está contemplada en este análisis, los saldos en metálico re-vierten a la autoridad monetaria a la muerte de su propietario.

La generación cero está repartida estocásticamente en los dos mercados, por eso asignamos a uno $d/2$ individuos y al otro $1 - d/2$, mientras que la generación uno se distribuye de tal forma que se iguale la demanda monetaria total. Después de asignar las personas a los mercados, no se pueden producir cambios ni comunicación entre ellos, ya que los consideramos físicamente separados. En ellos los jóvenes entregan outputs para obtener el dinero que poseen los adultos.

Este mecanismo de situar aleatoriamente a los comerciantes en mercados distintos proporciona un entorno en el que la información es imperfecta y permite la variación relativa del precio. Se podía haber conseguido esto mismo con postulados referidos a gustos aleatorios o con cambios en la tecnología. En cada mercado el comercio se realiza por subasta y a un precio único.

La oferta monetaria m que es pre-transferida desde cada miembro de la generación uno, es conocida por todos los agentes económicos; mientras que los saldos m' de post-transferencia sólo pueden percibirse en el período siguiente y los comerciantes para conjeturar su medida tienen que recurrir al nivel de precios presente.

La evolución a lo largo del tiempo de la oferta nominal de dinero se representa por $m' = mx$, donde x es una variable aleatoria. El estado de la economía en un

período cualquiera, está especificado por la oferta monetaria m , la variable de transferencia x y la variable de reparto de ese período d . Al pasar la economía de un estado a otro, supondremos que las decisiones tomadas por los individuos son independientes; por tanto, x' es independiente de x con función de densidad f en $(0, \infty)$ y la variable de reparto del nuevo período d' es independiente de d , con función de densidad simétrica y continua g en $(0, 2)$.

Para llegar al equilibrio general de la economía hay que determinar previamente el equilibrio de cada mercado. Esto se consigue igualando la demanda nominal de dinero con la oferta nominal de dinero. La condición de equilibrio se basa en varios supuestos, uno de ellos es el de mercado eficiente propuesto por R. Roll en "The efficient market model applied to U.S.", que consiste en la utilización por los comerciantes de la distribución condicional correcta para formar sus expectativas, unido a que todos los intercambios se realizan a precios que vacían el mercado.

La fluctuación permanente de los precios en los mercados de capitales parece que sigue un comportamiento errático. Keynes lo atribuyó a la presencia de múltiples especuladores, guiados por expectativas que incluyen influencias extraeconómicas, lo que provoca una desestabilización de los precios.

Las expectativas racionales y los procesos estocásticos permiten que aparezca la teoría de los mercados eficientes. Además de Roll, han trabajado en esta teoría, P.H. Cootner en "The Random Character of Stock Market Prices", Mit. Press, 1964; Fama en "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", Journal of Finance, mayo 1970; y C.W. Smith en "Option Pricing: A Review", Journal of Financial Economics, 1976, entre otros.

La ecuación de equilibrio tiene solución única, que se representa mediante:

$$P(m, x, d) = m \psi(x/d)$$

donde ψ es una función continuamente diferenciable y con una elasticidad comprendida entre cero y uno. Esto hace que los saldos reales per cápita de equilibrio sean crecientes con x/d , y que los incrementos de la demanda produzcan aumentos del output real.

IV.4.4.3 La curva de Phillips y la función de oferta de Phelps-Friedman-Lucas

La relación entre el desempleo y la inflación es descubierta por Fisher en 1926, pero hay que esperar hasta 1958, año en que Phillips publica "The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom", para que esta conexión juegue un

papel primordial en las discusiones económicas.

Lo deseable sería conseguir a la vez que no existiera inflación y desempleo, pero esto no es posible, denominándose trade off a la elección entre ambos. Mediante los círculos de Phillips se representan combinaciones estables a largo plazo entre los promedios de inflación y desempleo, lo que permite optar por el pleno empleo o por la inexistencia de inflación según cuales sean las preferencias de los políticos. Además, Phillips distingue el trade off a corto plazo del trade off a largo plazo, constituyendo el fundamento sobre el que surgirá la hipótesis de la tasa natural de Milton Friedman y de Edmundo S. Phelps.

Desde el descubrimiento de la curva de Phillips, la lógica de las expectativas y la influencia de la política monetaria para afectar al output real, se identifica con la posición keynesiana de postguerra, según la cual, es fácil comprobar empíricamente que la política monetaria no influye significativamente en la determinación del comportamiento del output.

Los estudios realizados por Friedman y Phelps llegan a la conclusión de que en el largo plazo el trade off de Phillips determina una proporción de desempleo natural que es independiente de cuál sea la medida constante de inflación. Esta hipótesis de tasa natural implica que la curva de Phillips a largo plazo es vertical.

En cuanto al trade off a corto plazo, Friedman piensa que se debe a errores en las expectativas de los agentes económicos. Los ofertantes de trabajo al comienzo de un período inflacionista, subestiman el nivel del precio que predominará en el período a que se refiere el contrato de trabajo, por consiguiente sobreestiman el salario real y presentan una oferta de trabajo superior a la que ofertarían si las expectativas hubiesen sido correctas.

El resultado de esta situación es que sobra empleo respecto del nivel de equilibrio, originándose un trade off entre el output y la inflación no prevista. Pero Friedman confía en que los errores cometidos al elaborar las expectativas van a ajustarse a la realidad lo más pronto posible, permitiendo que el empleo vuelva a su nivel de equilibrio y el desempleo a su tasa natural.

Los defensores de las expectativas adaptativas sugieren que una aceleración de los precios de forma mantenida, ocasiona una tasa de desempleo por debajo de la tasa natural. En cambio, los partidarios de las expectativas racionales consideran que los errores esperados imposibilitan la utilización del trade off por los agentes económicos.

Desde hace algunos años, la curva de Phillips está perdiendo importancia, ya que los datos empíricos no concuerdan con las correlaciones a nivel agregado que prevé la curva, entre el volumen de actividad económica y la

inflación. Según Lucas, los cambios en las expectativas desplazan la curva, frustrando los intentos de moverse a lo largo de ella para reflejar la manera en que los agentes económicos forman y responden a las expectativas de precios y salarios.

La función de oferta sorpresa de Phelps-Friedman-Lucas, surge para solucionar el problema planteado por la curva de Phillips y sus predicciones erróneas. La cuantía de actividad económica se puede representar mediante la tasa de desempleo o con las desviaciones del output real respecto de su tasa natural. Las dos posibilidades están ligadas a través de la ley de Okun, por eso da lo mismo utilizar cualquiera de ellas. Como variable nivel de precios se maneja un índice de precios o de salarios.

Si a la formulación general de la curva de Phillips se le añaden expectativas, tenemos que:

$$Y_t - \bar{Y}_t = f(V_t - b V_{t-c,t}^e) + E_t$$

Siendo Y_t el logaritmo neperiano del output real, \bar{Y}_t el logaritmo neperiano de la tasa natural de output real, V_t la tasa de inflación medida en diferencias logarítmicas ($V_t = P_t - P_{t-1}$), P_t y P_{t-1} son los logaritmos neperianos del nivel de precios en el momento t y $t-1$, respectivamente.

El parámetro b representa el grado en que los agen-

tes económicos incluyen sus expectativas de inflación en su toma de decisiones, tal que $0 \leq b \leq 1$. Cuando $b = 0$ las expectativas de inflación no influyen, originándose una ilusión monetaria total y si $b = 1$, las expectativas de inflación se tienen en cuenta íntegramente, dando lugar a una carencia total de ilusión monetaria. El parámetro c refleja la frecuencia o retraso con que los agentes económicos observan el nivel agregado de precios y la velocidad de adaptación de los precios. Finalmente, E_t es el residuo aleatorio.

Antes de transformar esta ecuación en la función de oferta sorpresa de Phelps-Friedman-Lucas, es necesario fijar cuatro supuestos:

- 1ª) Cuando $b = 1$, la ausencia de ilusión monetaria implica verticalidad de la curva de Phillips a largo plazo, ya que sólo influye el componente no anticipado de la inflación, en las desviaciones producidas en el output respecto de su tasa natural. Por tanto, hay superneutralidad del dinero esperado y no la hay del dinero no esperado.
- 2ª) $c = 1$ significa que los agentes económicos observan la evolución del nivel agregado de precios con un período de retraso. Además, exige la existencia de equilibrio walrasiano, por eso los precios se ajustan instantáneamente

para igualar oferta y demanda. Este supuesto es cuestionable, pues no se justifica el uso de un solo período para observar el nivel agregado de precios. Además, la Teoría Económica tiende en la actualidad a eliminar la flexibilidad instantánea de precios.

- 3º) Es el supuesto de expectativas racionales por el que:

$$v_{t-c,t}^e = E (v_t / D_{t-c})$$

- 4º) La función f es de forma lineal.

La ecuación de oferta sorpresa de Phelps-Friedman-Lucas se representa así:

$$y_t - \bar{y}_t = a [p_t - E (p_t / D_{t-1})] + E_t$$

Con ella se superan algunos de los inconvenientes encontrados en la curva de Phillips, pero incurre en otros. Una de las causas que más se la reprocha es que lleva a conclusiones opuestas a las de Keynes y además la autoridad monetaria no puede utilizarla para influir en el output de forma sistemática, ya que las expectativas son racionales, por lo tanto sobre la inflación sólo inciden las sorpresas relativas al nivel de precios.

La oferta sorpresa de Phelps-Friedman-Lucas implica que las desviaciones del output real respecto de su tasa

natural son un ruido blanco, pero esto se contradice con la existencia de fluctuaciones cíclicas en la Economía. Los datos empíricos indican que hay correlación serial para algunos i distintos de cero, tal que:

$$E [(Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+i} - \bar{Y}_{t+i})] \neq 0$$

Para eludir la correlación se suele ampliar la función de oferta sorpresa con variables retardadas, cuya justificación hay que encontrarla en la lentitud de los ajustes en inventarios, capital, plantillas, etc.

Otra cuestión polémica es que los agentes económicos pueden conocer en todo momento cuál es la evolución del precio de lo que ofertan, pero las variaciones en el nivel agregado de precios les llegan con un retraso de un período. Cuando la inflación real es superior a la anticipada, los empresarios y trabajadores confundirán el componente no esperado de inflación con un aumento en el precio relativo de lo que ofertan, incrementarán la oferta de bienes y la oferta de trabajo respectivamente, provocando un aumento de la producción.

IV.4.4.4 El modelo de S. Fischer

La hipótesis de expectativas racionales y su aplicación a los modelos económicos ha sido ampliamente desarrollada por R.J. Barro y S. Fischer; Barro en "Rational Expectations and the Role of Monetary Policy", 1976,

en donde estudia un caso en que la autoridad monetaria tiene más información que los agentes económicos privados, pues recibe los datos con antelación a ellos y esto le permite realizar una política económica inesperada que consigue variar la evolución del output.

Fischer no confía en la ocultación de información adicional, pues si es útil, lo normal es que permanezca disponible para todos. Prefiere argumentar la transcendencia de la política económica en la existencia de contratos a largo plazo, por eso en 1977, en "Long-Term Contracts, Rational Expectations, and the Optimal Money Supply Rule", analiza un modelo de expectativas racionales con solapamiento en los contratos de trabajo, en el que dichos contratos tienen una duración de dos períodos.

Demuestra con este modelo, que los contratos a largo plazo introducen en el sistema un elemento que mantiene los salarios bajos, ya que la autoridad variará la oferta monetaria con una frecuencia mayor que la renegociación de las condiciones de los contratos de trabajo. La consecuencia de todo esto, es que las expectativas racionales de los agentes económicos cambiarán el comportamiento del output real a corto plazo, pero no podrán influir en él a largo plazo.

Stanley Fischer utiliza una función de oferta similar a la de Sargent, Wallace y Lucas:

$$Y_t = a + b (P_t - P_{t-1,t}) + E_t$$

Con ella analiza las repercusiones de las expectativas racionales sobre el output, cuando existen diferentes alternativas preavisadas de actuación monetaria y la economía funciona siguiendo los dictados de la curva de Phillips corregida por Lucas.

Los parámetros a y b son constantes, Y_t es el nivel de output, P_t el logaritmo del nivel de precios del período t , $P_{t-1,t}$ la expectativa tomada en el período $t-1$ respecto de P_t , y E_t es el término de perturbación aleatoria.

El modelo de Fischer recoge dos aspectos más, la evolución de los salarios y una ecuación de demanda total. La Economía se considera estacionaria, aunque está sujeta a perturbaciones aleatorias de oferta real y de demanda nominal, que tienen cierta influencia sobre el output y el nivel de precios de cada período. De todas formas Fischer cree que la política monetaria puede compensar algunos de los efectos sobre el output real.

Empíricamente se observa que los salarios se ajustan antes de realizar los contratos de trabajo, por eso se supone que los salarios están predeterminados, mientras que el nivel de precios y el output se fija en cada período.

Los salarios nominales que se han acordado entre

los trabajadores y los empresarios, pretenden asegurar el mantenimiento del salario real. Esto equivale a conservar constante el empleo y/o el ingreso de trabajo.

Los contratos del período t recogen los salarios nominales de los períodos $t+1$ y $t+2$. Por eso expresaremos que:

$$P_{t-i,t} = W_{t-i,t} \quad \text{para } i = 1, 2$$

siendo $W_{t-i,t}$ el salario que se paga en t pero se fija en $t-i$.

Durante el período t , la mitad de las empresas están operando con contratos que comenzaron en $t-1$ y la otra mitad con contratos de $t-2$. Las ecuaciones del output total resultantes son:

$$\begin{cases} Y_t^S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (P_t - W_{t-i,t}) + E_t \\ Y_t^S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (P_t - P_{t-i,t}) + E_t \end{cases}$$

La ecuación de demanda es:

$$Y_t = M_t - P_t - V_t$$

donde M_t representa la oferta de dinero en el período t , y V_t significa el término de perturbación. Las perturbaciones V_t y E_t siguen un esquema autorregresivo de primer orden, tal que:

$$E_t = h_1 E_{t-1} + e_t \quad |h_1| < 1$$

$$V_t = h_2 V_{t-1} + n_t \quad |h_2| < 1$$

e_t y n_t están mutua y serialmente incorrelacionadas, su media es cero y su varianza (σ_e^2, σ_n^2) respectivamente.

Como las expectativas racionales se refieren a lo que acontecerá dos períodos más adelante,

$$E(P_{t-1,t})_{t-2} = P_{t-2,t}$$

siendo $P_{t-2,t} = M_{t-2,t} - E_{t-2,t} - V_{t-2,t}$

Fischer relaciona la oferta monetaria con las perturbaciones ocurridas hasta el período $t-2$ inclusive. Expresando la oferta de dinero en el período t de la forma:

$$M_t = \sum_{i=1}^{\infty} l_i E_t + \sum_{i=1}^{\infty} r_i V_{t-2}$$

y la oferta de dinero prevista con dos períodos de anticipación según:

$$\begin{aligned} M_{t-2,t} &= l_1 h_1 E_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} l_i E_{t-1} + \\ &+ r_1 h_2 V_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} r_i V_{t-1} \end{aligned}$$

Si restamos las relaciones M_t y $M_{t-2,t}$, obtenemos que:

$$\begin{aligned} M_t - M_{t-1} &= l_1 (E_{t-1} - h_1 E_{t-2}) + \\ &+ r_1 (V_{t-1} - h_2 V_{t-2}) = \\ &= l_1 e_{t-1} + r_1 n_{t-1} \end{aligned}$$

Por lo tanto, son las perturbaciones e_{t-1} y n_{t-1} las que originan las diferencias en la oferta monetaria, pero no pueden influir en el salario nominal del segundo período contractual.

Con estas referencias, Fischer llega a un output total así:

$$\begin{aligned} Y_t = & \frac{1}{3} [l_1(E_{t-1} - h_1 E_{t-2}) + r_1(V_{t-1} - h_2 V_{t-2})] + \\ & + \frac{1}{2} (E_t + V_t) + \frac{1}{6} (E_{t-1,t} + V_{t-1,t}) + \\ & + \frac{1}{3} (E_{t-2,t} + V_{t-2,t}) = \frac{1}{2} (e_t + n_t) + \\ & + \frac{1}{3} [e_{t-1}(l_1 + 2h_1) + n_{t-1}(r_1 - h_2)] + \\ & + h_1^2 E_{t-2} \end{aligned}$$

Los parámetros l_i y r_i no influyen en el output para valores de $i \geq 2$. Pero si $i = 1$ le afectan aunque sean conocidos, debido a que el salario nominal ya está negociado y la única que puede cambiar la oferta de dinero es la autoridad monetaria, perturbando el salario real del segundo período y de esta forma modificar el output.

En cuanto a las perturbaciones, e_{t-1} y n_{t-1} serán contrarrestadas totalmente por la política monetaria; mientras que $(e_t - n_t)$ no podrá compensarse. El conocimiento de la perturbación real E_{t-2} sólo es posible al finalizar el contrato de trabajo más antiguo, por tanto, la política monetaria no conseguirá oponerse a ella.

Aunque el modelo de Fischer no entra en la discusión de si la política monetaria puede influir en el comportamiento del nivel de precios, mantiene la estabilidad de los mismos, con la justificación de que los cambios en ellos son costosos.

La conclusión a la que llega Fischer, es que una política monetaria activa puede conseguir cambios en el output, si los contratos son a largo plazo, los agentes económicos desconocen cuál va a ser la oferta monetaria y hay diferencias entre el precio actual y el precio esperado.

Lucas no está de acuerdo con Fischer, ya que los intentos de la autoridad monetaria por aprovecharse de la estructura existente en los contratos de trabajo, para cambiar la oferta monetaria, provoca la reapertura de negociaciones con el objeto de variar los contratos.

Igualmente, T.J. Sargent y N. Wallace rechazan las ideas de Fischer, pues sugieren que el output real no varía con la elección de normas que controlan el suministro de dinero efectuado por la autoridad monetaria. Suponiendo que las expectativas se forman racionalmente, los agentes económicos contratarán en términos nominales para períodos más largos que el tiempo empleado por los responsables económicos en cambiar las circunstancias monetarias. Discusión que está reflejada en su obra "Rational Expecta-

tions, the Optimal Monetary Instrument, and the Optimal Money Supply Rule", 1975.

En cuanto a las diferencias entre la exposición de Fischer y las de Phelps y Taylor, consisten en que utilizan la rigidez del precio en un modelo con precio y período únicos, en lugar de emplear la rigidez del salario. Además, según ellos, se mantienen los efectos sobre el output debido a la acumulación de inventarios y no al solapamiento de los contratos.

No todo son críticas al análisis de Fischer, en "Relative Wages and the Rate of Inflation", 1969, G. Akerlof realiza un detallado desarrollo de un modelo con solapamiento de contratos de trabajo y con salarios diferentes para cada empresa.

IV.5 LA INFLUENCIA DE LAS EXPECTATIVAS RACIONALES EN LA POLITICA ECONOMICA

Supongamos que el comportamiento de la Economía se puede representar mediante un sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas:

$$Y = f(\hat{Y}_{t-1}, \hat{X}_t, \hat{c}_t, e_t)$$

siendo Y_t el vector de variables endógenas excepto los instrumentos de política económica, c_t el vector de controles de política económica, y e_t el residuo aleatorio.

El objetivo de la Política Económica es maximizar la función de bienestar social $W = W(Y, X)$, para conseguir lo los economistas diseñan modelos que se aproximan a la realidad, por eso añaden al sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas, un conjunto de parámetros θ cuyos valores se obtienen con estimaciones empíricas.

$$Y_t = F(\hat{Y}_{t-1}, \hat{X}_t, \hat{\theta}_t, \theta, e_t)$$

Timbergen y Theil fueron los primeros en formular modelos agregados de la Economía en un marco estático; posteriormente, Klein y otros los amplían bajo supuestos dinámicos. Estos modelos se estiman con los datos disponibles y se optimizan con la simulación de políticas alternativas, seleccionando la combinación que produce mejores resultados.

La regla con "freedback" que constituye la política económica óptima puede expresarse como:

$$X_t = G(\hat{Y}_{t-1}, 1, e_t)$$

Siendo 1 un conjunto de parámetros que resultan del proceso de optimización y e_t el residuo aleatorio que representa las fluctuaciones en X_t por causas ajenas a la voluntad de las autoridades económicas.

Friedman rechaza esta metodología por no tener en cuenta que los efectos de las medidas de Política Económica sufren "lags" importantes, de tal forma, que una

medida encaminada a contrarrestar una depresión puede comenzar a surtir efecto cuando el ciclo económico se encuentra en la fase de recuperación, produciendo consecuencias opuestas a las buscadas.

De forma análoga R.F. Lucas efectúa una crítica a estos modelos en "Econometric Policy Evaluation: A Critique", Journal of Monetary Economics, 1976. Considera que los coeficientes 0 no son invariantes respecto a distintas sendas temporales de los controles.

La incorporación de las expectativas racionales a estos modelos incide en la relación que se produce entre los coeficientes 1 y las reglas de comportamiento de los agentes económicos, de donde se deduce, que los coeficientes 0 dependen entre otras cosas, de los coeficientes 1.

Distintas políticas económicas implican distintos 1, por eso el proceso de optimización clásico queda invalidado al no recoger explícitamente la interacción 0(1); realizar un análisis de los efectos producidos por los distintos 1 en un modelo con 0 constante, lleva a resultados erróneos.

En períodos en los que la variación de los parámetros 1 es pequeña o nula, ignorar la dependencia 0(1) no tiene consecuencias prácticas negativas respecto a la formulación de predicciones. Cuando los parámetros 1 sufren cambios grandes, los modelos tradicionales no sirven para

comparar los resultados de las diferentes alternativas de Política Económica, siendo necesario sustituirlos por otros modelos que expliciten la relación $O(1)$ a través de las expectativas racionales.

La visión actual de la política macroeconómica utiliza como postulado fundamental que los agentes económicos tienden a anular los efectos no deseados de las medidas de Política Económica, debido a la racionalidad de sus expectativas. De tal forma, que sólo se notarán sus consecuencias cuando los agentes económicos se vean sorprendidos por ellas o porque tarden más tiempo del necesario en adaptarse.

Existen modelos que incluyen expectativas racionales, en los que las autoridades económicas disponen de ventajas en cuanto a la información, respecto a los agentes económicos. S. Fischer describe uno en "Long Term Contracts, Rational Expectations and the Optimal Money Supply Rule", y E. Phelps-J. Taylor otro en "Stabilizing Powers of Monetary Policy under Rational Expectations", ambos trabajos están publicados en *Journal of Political Economy*, Vol. 85, 1977. La Política Económica que utiliza estos modelos consigue ser efectiva.

Las expectativas racionales, impiden aplicar la teoría del control, técnica empleada para optimizar modelos dinámicos. Esta problemática está desarrollada por

J.B. Taylor en "Estimation and Control of a Macroeconomic Model with Rational Expectations", *Econométrica*, septiembre 1979. La consecuencia que obtiene, es que la Política Económica seleccionada, aunque proporcione buenos resultados, no es la óptima, y aconseja a la autoridad monetaria que evite crear incertidumbre a los agentes económicos.

Las teorías macroeconómicas parten de supuestos simplificadores, lo que las hace vulnerables a múltiples críticas. Como la validez de los supuestos elegidos se mide por su utilidad en comparación con otros supuestos alternativos, la hipótesis de expectativas racionales estudiada anteriormente, es en este sentido perfectamente válida; veamos las críticas que recibe:

- a) Los agentes económicos tienen que realizar grandes desembolsos de dinero para adquirir y procesar la información que necesitan, esto hace que sólo inviertan en mejorar sus expectativas si el beneficio que obtienen es mayor que el coste en que incurren. Las expectativas racionales no son, según este análisis, resultado de maximizar la función de utilidad de los agentes económicos.
- b) El valor que la variable estudiada va a tener en el instante t , está influenciado por la previsión que respecto de él hacen los agentes eco-

nómicos. Este hecho está en contradicción con el supuesto implícito de las expectativas racionales, entendidas como un proceso de aprendizaje y ajuste.

- c) Los modelos de expectativas racionales suelen dar lugar a varios puntos de equilibrio, por la influencia que en ellos ejercen las burbujas de especuladores.

Los trabajos empíricos referidos a la contrastación de la hipótesis de expectativas racionales se encuentran con tres tipos de dificultades. La primera es que resulta imposible construir un test que contraste directamente esta hipótesis, ya que las expectativas son variables que no podemos observar. Las contrastaciones deberán basarse en la combinación de las expectativas racionales con otros supuestos, restando credibilidad a los resultados.

Otra dificultad que disminuye la confianza en los resultados, es la arbitrariedad que se introduce al definir los conjuntos de información disponible. La tercera dificultad se encuentra cuando los datos recogidos lo son en períodos durante los cuales no varían las reglas de Política Económica empleadas por las autoridades económicas, lo que hace innecesario el supuesto de expectativas racionales, al encontrarnos con una equivalencia observa-

cional.

Un aspecto que no se ha tenido en cuenta, es que las decisiones tomadas por la autoridad económica respecto a la política a seguir, no llega a todos los agentes económicos con la misma intensidad, incluso algunos la desconocerán. Las repercusiones de esta falta de transparencia dependerán de qué decisión se trate, pues no es lo mismo una variación en la oferta monetaria, que una estabilidad de los precios en la que todo el mundo intentará acaparar productos.

IV.6 CRITICA DE LAS HIPOTESIS MONETARIAS

M. Friedman, R. Barro, R.E. Lucas, T. Sargent y N. Wallace, entre otros, han revitalizado el análisis económico con la incorporación de la hipótesis de expectativas racionales a la Macroeconomía, lo que les lleva a negar la posibilidad de una política de estabilización.

Para Milton Friedman y sus seguidores, las acciones sistemáticas de Política Económica son asimiladas por los agentes económicos, permitiéndoles anticiparse a sus consecuencias. Recomiendan, por tanto, una política que contemple nada más que medidas antiinflacionistas, consistentes en reducciones preavisadas de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria.

Consideran que las variaciones de los parámetros fiscales y monetarios no son capaces de influir en las variables reales del sistema, ya que el nivel natural de producción y empleo no puede alterarse de forma permanente por las condiciones de la demanda.

Los cambios por el lado de la demanda tienen un efecto temporal limitado sobre los niveles de producción y empleo, que para mantenerse requiere de los trabajadores que exijan el restablecimiento de su salario real. En la representación analítica de esta hipótesis emplean la verticalidad de la curva de oferta agregada o de la curva de Phillips, verticalidad que desaparece sólo cuando los oferentes de trabajo experimentan reducciones en sus ingresos.

Carlos Sebastian en "Sobre la imposibilidad de la política macroeconómica", 1981, puntualiza las consecuencias obtenidas por la macroeconomía neoclásica, respecto de los niveles de producción y empleo. Para justificar sus argumentos, analiza cuatro escenarios teóricos posibles. El primero contempla dos factores de producción de carácter variable, el trabajo y un input materia X. Además, supone que los productores maximizan beneficios y que las posibilidades de producción están representadas por la función:

$$Y = F(K, N, X), \quad \text{siendo } F_{nx} \geq 0$$

Según C. Sebastian (39):

"La constancia del salario real $\frac{dW}{W} = \frac{dp}{p}$ no es condición suficiente para que la curva de oferta agregada sea vertical, también debe cumplirse que: $\frac{dW}{W} = \frac{dPX}{PX} = \frac{dp}{p}$, con independencia de que se puedan sustituir los factores".

En un modelo macroeconómico estático con dos factores de producción, la Política Económica es inoperante cuando los trabajadores defienden sus salarios reales y los oferentes del factor variable mantienen la relación real de intercambio entre su producto y los productos finales.

El segundo mercado descrito por C. Sebastian es aquel en que hay racionamiento. Los monetaristas suponen que una política expansiva llevará a un exceso de demanda en el mercado de bienes y servicios, que elevará los precios. La única forma que hay para estimular la producción es que los salarios monetarios no lleguen a restablecer el salario real y esto es difícil de admitir hoy en día, ya que la sociedad industrial favorece la defensa del salario real, con independencia de que los salarios sean flexibles en el sentido walrasiano.

(39) SEBASTIAN, Carlos. "Sobre la imposibilidad de la política macroeconómica". p. 142.

Los monetaristas afirman que la curva de oferta es vertical, la novedad que este supuesto incorpora es que la verticalidad se produce para un nivel de output mayor que si no fueran flexibles.

Un caso de oferentes racionales es explicitado por C. Sebastian: Las fábricas tienen una capacidad \bar{Y} , las características técnicas de la producción no pueden alterarse una vez en funcionamiento, los precios se fijan con un mark-up m al coste medio variable y si la demanda es D_0 , como están racionadas, logran vender Y_0 al precio vigente, aunque deseaban colocar \bar{Y} .

Si los oferentes de los factores prevén que los precios no van a cambiar, no neutralizarán las variaciones en la demanda, ya que los desplazamientos de la curva de demanda producen modificaciones en el output, sin que se tengan que alterar los precios. Por el contrario, al anticipar los oferentes de trabajo, único factor variable, que los precios subirán, anularán los efectos de la transformación de la demanda.

P. Sylos-Labini, en "Trade Unions, inflation and Productivity", 1974, defiende la idea de que el mark-up varía inversamente a sus costes medios variables, cuando se producen reducciones en los costes de los factores. Los precios de los productos finales tienden a no recoger inmediatamente los cambios en el coste medio variable. En-

tonces, la curva de oferta agregada será creciente, si no hay ilusión monetaria y la previsión de precios es perfecta.

Como tercera prueba, C. Sebastian analiza la incidencia que tienen los parámetros fiscales y financieros en el mercado de trabajo. La oferta de trabajo se basa en la decisión renta-ocio de las economías domésticas, por eso, las alternativas en los tipos impositivos que gravan la renta personal, hacen que se desplace la curva de trabajo.

La decisión renta-ocio puede disminuir el salario real exigido para cada volumen de oferta de trabajo, al estar parte del gasto público satisfaciendo necesidades colectivas, que los oferentes de trabajo consideran sustitutivas de consumo privado. Se supone además, que el contexto en el que se realiza la elección entre renta y ocio es intemporal.

Los incrementos esperados en la rentabilidad de la cartera de las economías domésticas puede hacer que éstas aumenten la oferta de trabajo, con el objetivo de obtener más activos rentables; estableciéndose entonces una relación creciente entre oferta de trabajo y tipo de interés.

Luis Angel Rojo, profundizando más en el tema, aña-

de que (40):

"El tipo de rentabilidad ρ requerido por las unidades económicas sobre los activos reales, suele ser más elevado que el tipo de interés de los bonos r , reflejando así el mayor riesgo que la posesión de aquellos comporta. Es evidente que la apreciación de ese elemento de riesgo y, por consiguiente, el diferencial entre ρ y r se ven afectados por factores subjetivos expresados en las expectativas con que las unidades privadas contemplan el incierto futuro".

Estas proposiciones y el hecho de que la oferta de trabajo disminuirá cuando exista subsidio de desempleo, son justificadas empíricamente por R.C. Fair en "A model of Macroeconomic Activity", 1976.

En un cuarto y último epígrafe, C. Sebastian detalla los efectos a largo plazo provocados por la política de demanda. Las interrelaciones entre los Stocks y los flujos de la Economía son representados mediante modelos dinámicos muy simples, debido a que en los modelos complejos, es difícil encontrar condiciones que tengan un significado económico claro y que garanticen la estabilidad

(40) ROJO, Luis Angel. "Renta, precios y balanza de pagos". p. 105.

del equilibrio a largo plazo.

El modelo considerado por C. Sebastian se basa, en que las empresas financian toda su inversión con la emisión de acciones, la acumulación de riqueza es el sustitutivo de los bonos emitidos por el gobierno y el gasto público se compensa con ingresos fiscales generados por un impuesto proporcional a la renta o a través de la emisión de bonos y dinero.

La situación inicial es de equilibrio, $\bar{G} = t Y_1$, después el gasto público se eleva hasta \bar{G} , proporcionando un nuevo estado estacionario, $\bar{G} = t Y_2$, en el que $Y_2 > Y_1$. El problema está en cómo aumentar Y si el mercado de trabajo se encuentra en equilibrio y los oferentes de trabajo no tienen ilusión monetaria, ni pueden incurrir en sorpresas potenciales. Se puede conseguir una Y más alta para \bar{G} , cuando las variaciones de los precios de los factores hacen que se intensifique la utilización de capital y que se desplace la curva de demanda de trabajo.

Para garantizar la estabilidad, a largo plazo, del equilibrio estacionario, es necesario conocer cómo se va a financiar el déficit presupuestario. La opinión de J. Tobin y W. Buiter es que en modelos muy simples, todo el déficit se financia con la emisión de bonos, lo que impide encontrar condiciones suficientes de estabilidad. También existe la posibilidad de financiar todo el déficit median-

te la creación de dinero, situación que no garantiza la estabilidad, pero permite en algunos casos lograr un nuevo estado estacionario, con un nivel de renta mayor, un tipo de interés menor y más inflación.

En 1980, W. Brock y S. Turnovsky, en "The analysis of macroeconomic policies in perfect foresight equilibrium", desarrollan un modelo dinámico más complicado con el que llegan a determinar las condiciones necesarias para que la estructura impositiva consiga la neutralidad de la política de demanda a largo plazo.

Finalmente, C. Sebastian pone en evidencia la dificultad de encontrar un mecanismo formador de expectativas racionales que a corto plazo genere predicciones con errores ruido blanco. B. Friedman en "Optimal expectations and the extreme information assumptions of rational expectations macromodels", 1979, J. Tobin en "Asset Accumulation and Economic Activity", 1980, y W. Buiter en "The macroeconomics of Dr. Pangloss. A critical survey of the new classical macroeconomics", 1980, han estudiado en profundidad la formación de expectativas racionales.

Como conclusión diremos que los monetaristas rechazan las políticas de estabilización por considerarlas anticíclicas en el sentido keynesiano. Para ellos, el sector privado es estable y las fluctuaciones posibles son originadas por la acción gubernamental. Es fácil comprobar

cómo las economías con fuertes impactos externos tienen menos campo donde desarrollar la política macroeconómica.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Con esta Tesis Doctoral hemos pretendido explicar y justificar la búsqueda de elementos que proporcionen una unidad conceptual y metodológica a la aparente diversidad de campos de conocimiento tratados en el presente trabajo de investigación.

Desde que el hombre orientó una parte de sus investigaciones a descubrir conocimientos verdaderos en contraposición a la opinión, la ilusión, etc., comienza la búsqueda de un criterio seguro que distinga lo que es científico de lo que no lo es, estableciéndose un orden y rigor en las indagaciones del que antes carecían. El motivo de tal actitud es conocer la naturaleza para poderla modificar de acuerdo con sus exigencias y necesidades.

El conocimiento científico es una descripción y, al mismo tiempo, explicación de la realidad mediante normas o leyes universales. El peligro surge con la tendencia a transformar el criterio hallado en dogma infalible que excluye a todos los demás.

Cuando la Ciencia abandona el determinismo se pro-

duce una revolución epistemológica que cuestiona la legitimidad de las proposiciones generales, de tal forma que las leyes, para garantizar racionalmente su legalidad deben someterse a procedimientos y controles metodológicos.

Las teorías científicas recogen un conocimiento obtenido por inducción, siendo su carácter hipotético o incierto y, por tanto, siempre van acompañados de un determinado grado de confianza que refleja la verificación de la mayor parte de sus predicciones.

A partir de David Hume esa confianza queda en entre dicho, ya que puso en duda la justificación de la Inducción basándose en el análisis causal. Posteriormente se ha comprobado que su crítica afecta a cualquier clase de generalización inductiva. Así, toda afirmación que hagamos sufrirá el enfrentamiento entre el lenguaje de la observación, con el que se expresan los juicios perceptivos y el lenguaje teórico que sirve de soporte a las proposiciones de las ciencias experimentales.

La Inducción es para Hume un hábito que da lugar a leyes psicológicas, pero este planteamiento lleva al escepticismo. Como es preciso que poseamos un cierto grado de confianza en las proposiciones formuladas, han surgido múltiples lógicas inductivas, descritas en la Tesis, que podemos agrupar en dos bloques, uno clásico y otro probabilístico.

La lógica inductiva clásica intenta garantizar la certeza y universalidad de las inducciones mediante la inclusión de premisas o principios lógicos sobre los que apoyarse. En la práctica se ve claramente que un planteamiento así es incapaz de fundamentar el conocimiento científico obtenido en las ciencias experimentales, ya que intervienen múltiples causas no necesariamente simples y suele ser preciso utilizar más de una condición suficiente.

Ante semejante dificultad esta línea de pensamiento evoluciona en el sentido de relajar la pretensión de que las conclusiones sean verdaderas, desarrollándose una lógica inductiva entendida como un conjunto de reglas que aceptan las hipótesis no invalidadas por la experiencia en el proceso de generalización. Aunque tampoco con ello se consigue establecer normas que garanticen la designación de las hipótesis más pausibles, pues admiten enunciados incompatibles entre sí y generan antinomias.

La solución del problema inductivo pasa por asignar probabilidades a las conclusiones, identificando el concepto inductivo de probabilidad con el de probabilidad matemática, de esta forma ambos poseen los mismos principios y postulados, lo que facilita la justificación de los fundamentos en los que basar la determinación de la probabilidad de cualquier hipótesis.

Reichenbach construye una lógica inductiva que permite estimar probabilidades, Carnap se conforma con calcular la medida o grado de confirmación que los datos de la experiencia aportan a las hipótesis, pero los axiomas de la probabilidad matemática no poseen suficientes condiciones formales para construir una lógica inductiva probabilística. Por tanto, de las distintas direcciones seguidas por los investigadores, unas de carácter numérico, otras comparativas o finalmente clasificatorias, son los trabajos de Keynes y de Koopman, respecto de probabilidades no numéricas, los que indican el camino a los nuevos descubrimientos.

De las interpretaciones de la probabilidad las que han tenido un mayor desarrollo y repercusión son la frecuencial y la subjetiva. Los frecuentistas consideran prácticamente seguro que la frecuencia relativa está tan próxima a la probabilidad que el error cometido es insignificante. No llegan a determinar el valor de la probabilidad conformándose con una estimación consistente de la misma.

La noción frecuentista se basa en el principio de estabilidad de las frecuencias y en la independencia de realización de los fenómenos. El problema se plantea al comprobar que la frecuencia relativa es una medida de naturaleza distinta a la probabilidad, pues mide la presentación de los sucesos cuando éstos ya se han dado.

En los fenómenos sociales y en particular en los de carácter económico es difícil poseer experiencia previa según exigen las probabilidades fundamentadas en el principio de regularidad estadística. Por tanto, es necesario emplear probabilidades subjetivas debido a su consistencia lógica y a su falta de arbitrariedad.

La concepción subjetiva de la probabilidad es una creencia que se aleja de la arbitrariedad por estar normada con principios que muestran su coherencia. La consistencia es un esquema lógico de actuación que aceptaremos como principio coherente.

La probabilidad subjetiva reclama acción, ya que plantea un problema de apuesta y además hace referencia a unidades monetarias. La cuestión está en que no todo el mundo considera de igual modo la cantidad x , por eso se recurre a la utilidad de la apuesta en el sentido de contemplación de las posibles consecuencias que se suponen para el decisor con un nivel concreto de riqueza.

Hemos visto que existe la posibilidad de elaborar una teoría matemática de la probabilidad al margen de las distintas concepciones. Las insuficientes condiciones especificadas por el espacio topológico obliga a definir otra estructura denominada estocástica, sobre la que se delimitan los requisitos que hacen de la probabilidad una función de medida.

La axiomática de Kolmogorov permite determinar la probabilidad de los sucesos compuestos, derivados mediante unión, intersección, complementación y condición de sucesos elementales, cuya probabilidad debe fijarse con antelación recurriendo a alguna de las interpretaciones probabilísticas.

Según sean las características de los fenómenos aleatorios estudiados, dispondremos de distintos niveles de información, lo que implica poder rectificar la probabilidad al irse modificando la incertidumbre asociada a cada caso, proceso descrito por el teorema de Bayes.

El análisis de Bayes incorpora directamente toda la información significativa-disponible en el proceso de hacer inferencias respecto de los estados subyacentes de la naturaleza, con el propósito de precisarlos y de formular decisiones basadas en esas inferencias.

Bayes considera que es muy difícil obtener probabilidades objetivas, por eso su método permite utilizar de forma explícita probabilidades subjetivas. De entre los múltiples campos en los que puede aplicarse el teorema de Bayes, es en el mundo de los negocios donde proporciona más ventajas a la hora de identificar y medir cuáles son las consecuencias posibles y los costes de información.

Fisher critica el esquema bayesiano debido a que recurre al principio de indiferencia para determinar la

ley a priori de los parámetros. Asimismo, sustituye la idea de probabilidad por la de verosimilitud a la hora de medir el grado de creencia en una hipótesis. La dificultad está en que la verosimilitud no es aditiva y cuando se utiliza en procesos de estimación sólo se puede atribuir a una hipótesis o valor particular en lugar de hacerlo a un intervalo.

Interpretar la Ciencia como un modo de adquirir conocimiento lleva a vincular la probabilidad con teorías que analizan las causas, pero existe otra posibilidad, relacionar la Ciencia con la idea de estrategia y la probabilidad con normas de comportamiento. Precisamente es la Inferencia Estadística la que plantea el problema inductivo en términos de acción eficaz.

La Estadística intenta elaborar modelos que describan el comportamiento de los fenómenos de naturaleza aleatoria, para conseguirlo utiliza esquemas lógicos de razonamiento basados en inducciones no matemáticas, pues no están sometidos a reglas fijas, ni las conclusiones van a ser de carácter cierto. Keynes los describe bastante bien cuando dice que muchas veces estos procesos de generalización tienen la peculiaridad de apoyarse en premisas inciertas debido al muestreo, por tanto, información incompleta y aleatoria, y sus conclusiones también son inciertas. Los modelos probabilísticos indican qué queremos preguntar a la realidad y la respuesta viene incorporada en

la muestra.

La Inferencia Estadística surge de la posibilidad de elevar las conclusiones inciertas a la categoría de conclusiones probables, asignándolas de esta forma algún rango de verdad. Keynes plantea el problema de la probabilización de las premisas en los procesos inductivos, pero es partidario de una probabilidad no cuantificada y en gran parte, eso mismo ocurre en la teoría de la Inferencia al no cuantificar la distribución muestral. Así, por ejemplo, la función de verosimilitud nunca queda determinada en cuanto haya parámetros poblacionales desconocidos, lo que no impide obtener conclusiones probables gracias a los principios o métodos lógicos de la Inferencia.

Es legítimo considerar la Inferencia Estadística como, al menos, una teoría del razonamiento Inductivo, ya que sus métodos norman esquemas lógicos de actuación con los que avalar la determinación de las conclusiones. Son esquemas de distancia, de proximidad y, aunque la cuantía del error no se llega a conocer en ningún momento, se puede controlar estableciendo un principio que garantiza la coherencia de la especificación de los valores poblacionales. La norma de trabajo está basada en la lógica de la consistencia.

Cuando examinamos las características de los fenómenos enmarcados en las Ciencias Sociales, encontramos

que se presentan como acciones orientadas, valoradas y modeladas mediante el lenguaje. Los hechos humanos detentan una estructura que surge al transformar las significaciones objetivas, pero todo proceso de estructuración de fenómenos debe poner de manifiesto cuáles son las situaciones de equilibrio y la existencia de posibles contradicciones entre los conceptos; por tanto, es aconsejable incluir en el análisis, técnicas que muestren la dialéctica cualidad-cantidad.

Savage formaliza un procedimiento que permite a la Estadística utilizar atributos de intensidad no medible, de esta forma, las leyes pueden apoyarse en comparaciones cualitativas y aunque al conceptualizar las cualidades no es necesario recurrir a la cantidad, no vamos a prescindir de la matematización. La determinación del comportamiento de los factores que intervienen en los fenómenos aleatorios y el estudio de su heterogeneidad demanda análisis de dependencia e interdependencia. Si trasladamos el problema al tratamiento racional de lo cualitativo observamos que participan las nociones de semejanza, diferencia y proximidad entre objetos y/o estructuras.

La técnica de clasificación es el primer esquema organizador, ya que según los diversos grados de abstracción que usemos define desde una simple partición en clases hasta la estratificación por niveles de la que salen enlaces que ligan los elementos entre sí dos a dos, pro-

porcionando estructuras tales como la lineal, la de red, etc. Los esquemas lineales no tienen por qué ser cuantitativos, en estos casos el concepto de base de espacio vectorial permite reducir la complejidad del proceso de estructuración, desagregando las diferencias cualitativas en distintas intensidades con arreglo al número de dimensiones que se admiten como fundamentales.

La perspectiva multidimensional desarrollada, incluye además de lo cuantitativo, lo heterogéneo, lo cualitativo y lo discreto, pues consideramos que es la forma más adecuada y objetiva de describir la realidad. De aquí se deduce la necesidad de mejorar los métodos de observación actuales con el fin de que las variables cualitativas estén al mismo nivel que las cuantitativas.

Pasar de un planteamiento unidimensional a otro multidimensional complica el conjunto de observaciones, pero mejora las posibilidades de resolución y las conclusiones son más efectivas. Con ello hemos intentado enriquecer la Inferencia Estadística, generando nuevos diseños y enumerando los principios sobre los que basar el análisis de la varianza y la regresión, cuyo desarrollo está guiado por el modelo normal n -dimensional y el teorema de Cochran.

Hemos comparado los contrastes paramétricos con los no paramétricos, estos últimos utilizan hipótesis

menos precisas y proporcionan peor información en las conclusiones, pero poseen la ventaja de extraer consecuencias respecto de la independencia de las observaciones muestrales, la aleatoriedad de la muestra, la normalidad de la población, la bondad del ajuste, la homogeneidad entre dos poblaciones, etc., sin tener que formular la expresión matemática de la distribución poblacional.

Los procedimientos inferenciales empleados en los contrastes no paramétricos son muy simples, requieren pocas restricciones y detentan gran capacidad de aplicación. Con ellos se consigue una medida descriptiva con la que representar el grado de coincidencia entre los resultados de la teoría y lo observado en la realidad.

El análisis factorial es un método de aproximación vigilada que consigue la estructura inherente a las observaciones sólo en los casos que realmente existe. Comienza seleccionando como variables explicativas todas las posibles, después reduce la dimensión del espacio vectorial de tal forma que los ejes elegidos mantengan inalterable la posición relativa de los puntos de la nube.

Las variables se jerarquizan según el porcentaje de explicación que aportan, lo que permite controlar la pérdida de información que estamos dispuestos a asumir, pues la suma de los autovalores de las variables incorporadas al análisis especifica la explicación que se consi-

que y la suma de los autovalores de las variables rechazadas indica el error cometido. Para mejorar la aproximación basta con incluir nuevas variables.

Este planteamiento suele escoger estructuras lineales porque son las únicas que respetan la cualidad de cada elemento que interviene, por lo demás, difiere totalmente del diseño esbozado por los modelos de regresión, en los que se presupone cuáles son las variables explicativas, la variable explicada y la estructura matemática que las relaciona.

La inestabilidad del entorno en el que se desarrollan los fenómenos sociales, impide que podamos examinar la incertidumbre relativa al estado de desorganización de las estructuras desde un punto de vista estático. Las asincronías y los cambios de ritmo en las interrelaciones de las variables debido al paso del tiempo, hacen insuficientes las observaciones durante un instante cualquiera de tiempo para descubrir la presencia de continuidades, de diferencias, de cuál es la evolución del proceso, etc. Por eso, conviene ordenar temporalmente los valores de las variables y después estudiarlos mediante Procesos Estocásticos y Series Temporales.

Un análisis estático de las cadenas de Markov es considerar constantes las probabilidades de transición de un estado a otro, ya que conocidas las condiciones iniciales y la matriz de transición podemos determinar cual-

quier variación del sistema. Mientras que el carácter ergódico de las cadenas de Markov confiere estabilidad a las probabilidades e independencia respecto de la situación inicial, siendo aconsejable estudiar la entropía que lleva asociada, con el fin de conocer la cantidad esperada de información de los fenómenos aleatorios.

Equiparamos dinamizar las relaciones del proceso con que no sean siempre las mismas, luego, temporalizar variables no estaría incluido en esta idea, de donde se deduce que faltan controles metodológicos más potentes que permitan trabajar con procesos dinámicos.

Box y Jenkins, describen la influencia de una o más variables sobre las demás, mediante un procedimiento que utiliza algoritmos de optimización no lineal, en lugar de los mínimo-cuadrados de la regresión clásica; además, incorpora variables de carácter dinámico. Con él se consiguen estructuras adecuadas de retardos y el número de parámetros que emplean es el menor posible.

La acción selectiva y voluntaria del hombre al intentar modificar la realidad existente conforme a una racionalidad práctica, se convierte en un método con el que maximizar los aciertos o los éxitos. La valoración de las consecuencias de cada curso de acción pasa por saber si los criterios son únicos o múltiples, si es necesario elaborar o no una axiomática que trate estos problemas y con-

siderar que la probabilidad es una medida de la incertidumbre referida al medio en el que planteemos el problema o como elemento constitutivo del comportamiento racional.

Wald pretende dar contenido a la noción de mejor función de decisión, usando para conseguirlo la lógica de elección aleatoria de la teoría de juegos. Transforma las leyes científicas en estrategias a adoptar frente a un entorno incierto, en base a ser objetivo en la asignación de la probabilidad y conforme con las normas de acción eficaz.

En cuanto a los procedimientos empleados en la Ciencia Económica para elaborar el conocimiento, hemos visto que están en constante evolución, debido a los cambios producidos en consideraciones ideológicas, juicios de valor fundamentados en principios morales y por la demanda social de cada momento histórico.

La validez de las leyes económicas depende de la escala de observación utilizada, por eso conviene distinguir entre leyes macro y microeconómicas. Cuando su naturaleza es lógica tienen un carácter histórico-relativo y si su origen es estadístico les corresponde un sentido funcional-cuantitativo. Además, las leyes económicas son causales porque enlazan fenómenos producidos a lo largo del tiempo y su vigencia depende de que no varíen las condiciones en que fueron definidos.

El motivo por el cual se elaboran diferentes teorías para explicar un mismo área de investigación, es que sólo en situaciones muy concretas se consigue justificar una teoría económica de forma evidente. Las definiciones, relaciones y leyes del análisis económico están siempre sometidas a perfeccionamiento y crítica.

En pocas ocasiones podremos verificar la confianza puesta en las teorías económicas por ser muy complejo idear experimentos cruciales. La mayoría de las veces nos conformaremos con que sean equivalentes las consecuencias deducidas y los hechos observados. La transcendencia asignada a una serie de pruebas empíricas confirmatorias de una teoría dependerá del alcance de las contrastaciones que proporcionen.

La imposibilidad de garantizar el uso perenne de las teorías económicas, obliga a emplear un teorema de aplicabilidad que especifique si su carácter es general o especial.

Las teorías económicas surgen de argumentaciones empíricas, prácticas y lógicas, pero su ámbito de aplicación se estrecha cuando se especifican las hipótesis, las definiciones operacionales y las consideraciones de lugar, tiempo y política. Conviene precisar los campos de aplicabilidad de las teorías, ya que la ambigüedad a este respecto ocasiona múltiples conflictos entre ellas y además,

porque aumenta su capacidad de resistir la refutación empírica, pues si la realidad no las confirma se recurre a que estamos ante circunstancias especiales.

Considerada una teoría económica como un modelo no se lograrán con él mayores aproximaciones a la verdad que las descritas por su teorema de aplicabilidad; según esto, son esencialmente probables.

La polémica de si la Economía es una ciencia positiva o normativa no ha podido resolverse de forma definitiva, ya que es imposible verificar estrictamente los supuestos de comportamiento de las teorías económicas. La discrepancia no se refiere a los términos básicos sino a los principios que les impulsan a buscar soluciones a los problemas y a las distintas interpretaciones que dan a las conclusiones.

La economía positiva se preocupa por satisfacer las necesidades de la sociedad, mientras que la economía normativa intenta resolver las carencias de la humanidad mediante criterios adecuados en relación con un estado concreto de la naturaleza y de la tecnología.

Cuando nos desentendemos de los fines para centrarnos exclusivamente en el contenido lógico de los postulados económicos, vemos que la Ciencia Económica no necesita aparecer invulnerable, sus teorías se sostienen por sí mismas, pues constituyen un sistema deductivo fundamentado

en un pequeño número de premisas. Defensor de esta línea de pensamiento es Koopmans, empeñado en la búsqueda de un procedimiento que utilice la recogida de información para discriminar los postulados peor contruidos y que ordene las deducciones lógicas, lo que conduce a contemplar el análisis económico como una sucesión de modelos que pretenden expresar simplificadaamente aspectos de una realidad más compleja.

Consideramos que los acontecimientos económicos no son completamente erráticos y que aceptan la formulación de leyes probabilísticas. Esto hace que las investigaciones económicas consigan descubrir relaciones invariantes y, aunque desde el punto de vista teórico no hay límite de variables a explicitar, no se incorporan la totalidad de las variables con las que conseguir el objetivo u objetivos prefijados, pues de una cantidad excesiva de ellas se derivan costes, tiempo, complejidad de cálculo, etc.

La racionalidad empleada en el proceso de obtención del conocimiento económico determina su calidad. Acudimos a la matemática para que nos proporcione las distintas racionalidades concretas que necesitamos, esto supone un control metodológico que garantiza resultados rigurosos, elimina los mitos y dogmas existentes, haciendo posible, asimismo, la traducción de las categorías utilizadas en las diversas escuelas del pensamiento económico.

La aparición de grandes corporaciones ha creado un entramado de organizaciones que conforman la sociedad actual. Para tener éxito en un entorno de creciente complejidad es imprescindible que la dirección empresarial tenga capacidad de resolver problemas y tomar decisiones, que sepa trabajar con sus colaboradores motivándoles, delegando responsabilidades, poniendo a cada uno a trabajar en su campo específico, creando lazos interpersonales y que su aptitud comunicativa, tanto verbal como escrita, sea considerable.

Este planteamiento afecta también a las compañías pequeñas, ya que están inmersas en el mercado mundial y no en uno de carácter doméstico, por tanto, están obligadas a pensar en términos más amplios.

Los empleados de las grandes compañías quieren ser innovadores, pero les asusta asumir riesgos temerarios, en el fondo buscan seguridad. El origen de esta actitud se encuentra en que los errores persisten en la memoria más tiempo que los éxitos.

No se puede tener miedo a las nuevas tecnologías, siendo imprescindible promover planteamientos emprendedores dentro de la organización, si se quieren superar los inconvenientes de la excesiva burocracia, que obliga a firmar papeles para todo. El deseo de seguir creciendo aconseja enseñar a los empleados a tomar decisiones que

impliquen riesgos, con este adiestramiento y desarrollo del espíritu emprendedor se consigue dinamizar la empresa.

Cuando las unidades empresariales intentan alcanzar mejores resultados a largo plazo, se deben preocupar de cuidar el servicio dado a los clientes, de fomentar la innovación constante y mejorar la calidad de los productos. Las ventas se basarán entonces en las ventajas que obtendrá el comprador con la adquisición de esos productos. Por tanto, en los planes de estudio hay que incluir investigaciones prácticas sobre calidad y productividad, sin olvidar los problemas sociales, tales como la contaminación, que no deben abandonarse en manos del sector público.

La fuerza de los sindicatos no es igual en todos los países, en EE.UU. las empresas reconocen la necesidad de que sus empleados participen en la organización general, por eso sus sindicatos son más débiles que en Europa donde funcionan como una fuerza de oposición en lugar de ser un punto de apoyo a la hora de solucionar los problemas de las empresas.

Actualmente, la oposición clásica obrero-patronal, no proporciona incrementos de eficiencia en las empresas, es indispensable que surja una vía unificadora que cambie la forma de trabajar, de negociar y de entenderse todos los colaboradores de la organización, permitiendo la adap-

tación de la empresa a las necesidades actuales y futuras, con más facilidad y menos coste.

La filosofía de emplear mejor los recursos humanos y de esta forma maximizar la producción, se basa en dar a los colaboradores la oportunidad de participar en las decisiones de la organización. En Japón utilizan los círculos de control de calidad que tan buenos resultados les han dado.

La concepción que se tiene del mañana sirve para adoptar medidas que resuelvan los problemas actuales, ya que las decisiones empresariales se toman en base a expectativas de ventas, costes y desarrollo económico general.

La Administración Pública y los agentes económicos necesitan estar bien informados para poder tomar a tiempo las medidas correctoras de la coyuntura económica. La autoridad monetaria tratará de amortiguar las oscilaciones cíclicas, mientras que las empresas preverán stocks, ritmo de producción e inversión, influenciadas por las variaciones esperadas en las economías domésticas y en la Administración. De otra parte, las economías familiares elaborarán perspectivas respecto de las modificaciones en los precios, horas de trabajo, salarios y formas de invertir el ahorro personal.

Como estas decisiones tienen un horizonte temporal de corto plazo, requieren la captación fiable e instan-

tánea de los valores tomados por las magnitudes que son capaces de modificar una situación dada. La rapidez con la que se adquiere la información aumenta constantemente debido a los descubrimientos en informática, telecomunicación, etc., pero su exactitud es más problemática y todo intento por mejorarla produce importantes retrasos en la adquisición de los datos.

Los mismos hechos pueden afectar de distinta forma a los agentes económicos o a la autoridad monetaria, por eso la información, tanto si está cuantificada o no, utilizada en la configuración de los pronósticos, incluye valores individuales que no coinciden con los valores agregados empleados en la elaboración de las expectativas. Es necesario desarrollar modelos que justifiquen la racionalidad de las expectativas y vaticinen la tendencia presente y futura de la actividad económica.

El tratamiento dado a las expectativas ha sido a nivel, fundamentalmente, macroeconómico, las expectativas empresariales estarían englobadas en este procedimiento más general, pero es imprescindible comentarlas brevemente.

Las empresas conocen diariamente cuál es su cartera de pedidos, las variaciones en los stocks, el ritmo de producción corriente, el grado de utilización de la capacidad productiva, el volumen de ventas del período ante-

rior, las variaciones en los precios que afectan las compras y las ventas, las variaciones en los costes, etc. También tienen a su disposición la información de cuál es la actividad financiera del sistema, la tendencia general del nivel de precios, las variaciones estacionales, la situación laboral de la economía, las modificaciones de la coyuntura internacional, las expectativas económicas generales, etc.

Aunque las empresas tienen en cuenta todo lo descrito, el grado de confianza de los empresarios respecto de que sus previsiones van a convertirse en realidad es el componente decisivo, ya que pueden rechazar argumentaciones bien razonadas y apoyadas con cifras anunciadoras de cambios prácticamente inevitables, o por el contrario, aumentar la probabilidad de sus expectativas por encima de un nivel razonable matemáticamente.

Las decisiones de los empresarios afectan a personas y valores, lo que exige un constante acierto, además el temor al riesgo produce un efecto paralizante, si añadimos la existencia de grandes desajustes entre las previsiones y las realizaciones, sólo el grado de confianza usado como factor de fiabilidad puede facilitar la elección de alternativas.

Las encuestas de expectativas empresariales reflejan normalmente grandes diferencias de criterio, esta dis-

paridad de opinión es lógica porque la información disponible suele llegar con cierto retraso a los agentes económicos. La necesidad de incluir anticipaciones en los modelos econométricos obliga a agregar las expectativas en una medida que las represente, por eso consideraremos que están distribuidas en torno al valor esperado.

En ciertas ocasiones, las expectativas cambian al variar la cantidad de información recibida, en otras, la modificación se produce en la estructura del sistema. Resulta imprescindible fijar qué clase de información utilizaremos y cómo se incorporan las estimaciones de las condiciones futuras en el modelo.

Las expectativas se han estudiado desde diferentes enfoques, uno de ellos se debe a Phillip Cagan y a Marc Nerlove, aunque también interviene con posterioridad Milton Friedman. Se trata de la hipótesis de expectativas adaptativas, que pretende encontrar mediante la elaboración de modelos, la medida óptima de precios y salarios, actuales y futuros, teniendo en cuenta el comportamiento de la oferta descrito por Hicks.

Los agentes económicos que aplican expectativas adaptativas corrigen sus previsiones conforme sean los errores cometidos en el pasado, incrementándolas si las estimaron por defecto o reduciéndolas en el caso de haberlas estimado en exceso.

Las expectativas extrapolativas de Modigliani-Suth, tienen una orientación similar a las adaptativas, pero ninguna de las dos resuelve satisfactoriamente los problemas, pues suponen que los agentes económicos no tienen capacidad de aprendizaje de los errores, cometiéndolos sistemáticamente en los períodos siguientes.

Cuando las previsiones concuerdan con el pasado es porque esperamos que la historia se repita, pero los economistas no deben prepararse para resolver la crisis que ya pasó. Hay que hacer las modificaciones necesarias en las variables explicativas o en el valor de los parámetros con el fin de estar dispuestos a solucionar las crisis económicas futuras.

Otra forma de enfocar las expectativas es el supuesto de racionalidad, que es fácilmente asumible desde el punto de vista teórico, ya que permite aplicar esquemas dinámicos y la información que emplea, aunque es incompleta o con sesgos sistemáticos, posibilita la obtención de beneficios y una redistribución de recursos que no se conseguirían de otra forma.

Las expectativas racionales no son previsiones exactas de los valores futuros de las variables, proporcionan con frecuencia errores aleatorios que no se esperaban. Sin embargo, es un método que consigue explicar los fenómenos observados mejor que sus alternativas. Con expectativas

tivas racionales no se pueden cometer errores continuados, debido a que se basa en ir perfeccionando las reglas empleadas en la determinación de las previsiones y este aprendizaje va suministrando resultados más próximos a la realidad.

Los estudios de J.F. Muth, R. Lucas, E.S. Phelps, M. Friedman y S. Fischer niegan la posibilidad de una política de estabilización. El Estado al comunicar con antelación la política que va a seguir, favorece la anticipación de las consecuencias por los agentes económicos, actuando de forma diferente que si no las conocieran.

Los monetaristas son los teóricos cuantitativos modernos, piensan que a corto plazo la política monetaria tiene importantes efectos reales, primero sobre la producción y después en los precios. En cambio, a largo plazo el dinero es más o menos neutral, de tal forma que las variaciones en la cantidad de dinero dan lugar sólo a variaciones del nivel de precios.

La curva de Phillips expresa diferentes combinaciones de desempleo y de inflación salarial, de tal forma que mayores tasas de desempleo provocarán un menor incremento en los salarios monetarios y viceversa. Los intentos de disminuir la inflación en Estados Unidos en los años 70, demostraron que el proceso de inflación es más complejo de lo que sugiere la curva de Phillips, pues las expectativas de inflación jugaron un papel crucial.

Friedman y Phelps amplían con expectativas de inflación la curva de Phillips, por eso la tasa de variación del salario reflejará dos factores: 1º) Cuanto más baja sea la tasa de desempleo más rápidamente crecen los salarios monetarios. 2º) El aumento de la inflación esperada incrementa más rápidamente los salarios monetarios. Al negociar las empresas y los trabajadores los salarios nominales del período siguiente, están incorporando la inflación prevista en él para mantener constante el salario real.

El proceso seguido por la Economía ante políticas expansivas es el siguiente: Suponiendo que la situación inicial es la tasa de desempleo natural e inflación baja, las políticas monetarias-fiscales expansivas producen un pequeño aumento de la inflación y un descenso considerable de la tasa de desempleo porque la curva de Phillips a corto plazo es bastante plana.

A continuación se ajustan hacia arriba las expectativas de inflación, incorporándose esa tasa en el incremento salarial de los convenios laborales. La curva de Phillips se desplaza hacia arriba produciendo mayor crecimiento de la inflación que reducción del desempleo.

El nuevo aumento de la inflación esperada se incorpora a los salarios y la curva de Phillips sigue trasladándose hacia arriba. A largo plazo, se igualan las tasas

de inflación esperada y la efectiva, de tal forma, que la Economía se encuentra en una situación peor, ya que la tasa de inflación es más alta y no se ha reducido la tasa de desempleo. Durante el proceso de ajuste hay un período en el que las tasas de inflación y de desempleo aumentan simultáneamente.

La curva de Phillips a largo plazo es vertical, no pudiendo hacer nada respecto del desempleo, pues se estabilizará en su tasa natural con independencia de las políticas de demanda agregada que se sigan. La única forma de reducir el desempleo consiste en aumentar la eficiencia del mercado de trabajo, creando agencias de colocación, programas de reconversión profesional, etc.

La política económica es creíble cuando los agentes económicos piensan que se va a mantener y que alcanzará su objetivo, pero sólo tendrá éxito si ayuda a llevar a cabo los ajustes reales que debe hacer la economía ante las perturbaciones del sistema que van produciéndose.

La crítica a las expectativas racionales se basa en el alto coste de adquisición de la información que requieren y en que dan lugar a varios puntos de equilibrio, debido a la influencia de los especuladores. Las expectativas racionales son variables no observables, por eso su contrastación hay que hacerla combinándola con otros supuestos, lo que disminuye la credibilidad de los resul-

tados. Por último, siguiendo a Carlos Sebastian expondremos la dificultad de elaborar expectativas racionales que generen predicciones con errores ruido blanco, a corto plazo. Todo lo expuesto anteriormente, refuerza la exigencia de construcciones teóricas de expectativas racionales que incluyan la noción de riesgo, mejorando así las predicciones del modelo.

Existen múltiples maneras de captar la realidad, una de ellas consiste en recoger de forma agrupada la información disponible de los fenómenos en cuyas concreciones surgen reiteraciones estables, es decir, no ocasionales. La Ciencia Estadística contempla el estudio de estos fenómenos y rechaza los hechos aislados, potenciando la información a la que tenemos acceso a través de dos caminos, por un lado utiliza un conjunto de proposiciones con las que sistematiza los sucesos ya acaecidos, es la Estadística que se denomina Descriptiva, pues son técnicas para describir numéricamente la realidad existente.

El otro procedimiento se da en términos de aleatoriedad y consiste en proyectar la información a ámbitos de aplicación más amplios que los inicialmente analizados, es la Inferencia Estadística, cuyos esquemas lógicos de actuación consiguen avalar la determinación de las conclusiones, elevándolas de la categoría de inciertas a la de probables, y permiten predecir lo que va a ocurrir.

La Ciencia Estadística es una de las fuentes en

la que se basan las leyes económicas. En Economía no se puede actuar sin información, además es una ciencia que requiere tomar decisiones, lo que exige obtener datos con un propósito definido, tratarlos rigurosamente para que ofrezcan una visión sistemática de los hechos y finalmente tomar las opciones que estimemos pertinentes de forma libre y responsable.

La Ciencia Económica tiene dos vertientes de actuación, una consiste en analizar los hechos ya acaecidos en base al tratamiento de datos agrupados y que da lugar a modelos explicativos de tipo histórico; la otra es dar buenas predicciones de lo que está por venir, elaborando modelos predictivos mediante la realización de simulaciones, y obteniendo modelos matemáticos con una fuerte carga estocástica, con los que intentar determinar el comportamiento futuro de los fenómenos y de esta forma, poder establecer decisiones o políticas específicas.

La información estadística debe ser suficientemente amplia desde el punto de vista cuantitativo y adecuada o pertinente desde el cualitativo, pero necesitamos saber en qué marco han de aplicarse, cuál va a ser su utilización y cómo se van a desarrollar las cosas. Por otro lado, la Ciencia Económica pone el esquema conceptual que enmarca los distintos problemas, pero requiere un fuerte soporte informativo para que sus leyes tengan un uso correcto y sean operativas, pues están sometidas a un principio

de azar, ya hemos visto que los datos estadísticos permiten conocer la realidad pasada a condición de que se manejen correctamente y en su contexto, sobre ellos podemos proyectar el futuro mediante pautas de comportamiento razonables, pues la Ciencia Estadística es el cuerpo de conocimiento que mejor estructura el tratamiento de los fenómenos de azar.

La vinculación entre la Ciencia Económica y la Ciencia Estadística queda patente en la idea de modelo lógico expresable en términos matemáticos, debido a que es una forma genérica y, por tanto, abstracta de representar realidades concretas, cumpliendo asimismo el papel de instrumento que permite tomar decisiones o políticas determinadas.

Finalizada la exposición, parece necesario continuar trabajando en la solución de las cuestiones que han ido surgiendo a lo largo de la Tesis.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- AKERLOF, George A. "Relative wages and the rate of inflation". [en] The Quarterly Journal of Economics, vol. 83, nº 3, agosto 1969. pp.:353-374.
- ALSTON, W.P., [y otros]. "Los orígenes de la filosofía analítica. Moore. Russell. Wittgenstein". Madrid, Tecnos, [1976].
- ANDERSON, T.W. "The statistical analysis of time series". New York, John Wiley, 1975.
- AYER, Alfred J. "El positivismo lógico". México, Fondo de Cultura Económica, [1978].
- "Lenguaje, verdad y lógica". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1984).
- "Probability and evidence". New York, Columbia University Press, (s.a.: 1972).
- AZNAR, A. "Planificación y modelos econométricos". Madrid, Pirámide, [1978].

- AZNAR, A., GARCIA, A. "Problemas de econometría". Madrid, Pirámide, [1980].
- BAILY, Martin Neil. "Stabilization policy and private economic behavior". [en] Brookings Papers on Economic Activity, vol. 1, 1978. pp.: 11-60.
- BARBANCHO, Alfonso G. "Fundamentos y posibilidades de la econometría". Barcelona, Ariel, [1969].
- BARRERA, Feliciano. "Las expectativas empresariales en las encuestas de coyuntura". Tesis Doctoral presentada en la Facultad C.C.E.E. y E.E. de la Universidad Complutense de Madrid, abril 1975.
- BARRO, Robert J. "Rational expectations and the role of monetary policy". [en] Journal of Monetary Economics, vol. 2, nº 1, enero 1976. pp.: 1-32.
- BAYES, Thomas. "An essay towards solving a problem in the doctrine of chances". [en] Biometrika, vol. 45, diciembre 1958. pp.: 293-315.
- "Facsimiles of two papers by Bayes". Washington D.C., W.E. Dering, 1940.
- BENZECRI, J.P. "L'analyse des données". París, Dunod, 1973, 2 vols.
- BERMUDO, José Manuel. "La filosofía moderna y su proyección contemporánea". [Barcelona], Barcanova, [1983].

-- "Los filósofos y sus filosofías". [Barcelona], Vicens-Vives, [1983], 3 vols.

BERNOUILLI, Daniel. "Specimen theorial novae de mensura sortis". [en] *Econometrica*, vol. 22, 1954. pp.: 23-26.

BERNOUILLI, Jacobo. "Ars conjectandi". Basilea, 1713.

BLACK, Max. "Inducción y probabilidad". Madrid, Cátedra, [1979].

BLANCHE, Robert. "La Epistemología". Barcelona, Oikos-Tau, [1973].

BOHM, David. "Casuality and chance in modern physics". Londres, Routledge, 1957.

BOLDRINI, Marcello. "Statistica, teoria e metodi". Milan, Giuffrè, 1942.

BOREL, E. "Valeur pratique et philosophie des probabilités". París, Gauthier Villard, 1939.

BOUDOT, Maurice. "Lógica inductiva y probabilidad". Madrid, Paraninfo, 1979.

BOX, G., JENKINS, G. "Time series analysis: forecasting and control". San Francisco, Holden-Day, 1970.

BOX, G., PIERCE, D. "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models". [en] *Journal of the American Statisti-*

cal Association, vol. 65, nº 332, diciembre 1970. pp.: 1509-1526.

BOX, G., TIAO, G. "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems". [en] Journal of the American Statistical Association, vol. 70, nº 349, marzo 1975. pp.: 70-79.

BRAITHWAITE. "Scientific explanation". Cambridge, University Press, 1953.

BRAND, G. "Los textos fundamentales de Wittgenstein". Madrid, Alianza, [1981].

BRONFRENBRENNER, Martin. "La estructura de la Ciencia Económica". [en] KRUPP, Roy, [y otros]. La estructura de la Ciencia Económica. Madrid, Aguilar, 1973, ensayo 1.

BRUNSCHVIG, L. "El progreso de la ciencia en la filosofía occidental". París, Prensas Universitarias, [1953].

BUITER, Willen H. "The macroeconomics of Dr. Pangloss a critical survey of the new classical macroeconomics". [en] The Economic Journal, vol. 90, marzo 1980. pp.: 34-50.

BUNGE, Mario. "La investigación científica". Barcelona, Ariel, [1979].

CAGAN, P. "Theories of mild, continuing inflation: a critique and extension". New York, University Press, 1968.

CALVO, Guillermo A., RODRIGUEZ, Carlos Alfredo. "A model of exchange rate determination under currency substitution and rational expectations". [en] Journal of Political Economy, vol. 85, n° 3, junio 1977. pp.: 617-625.

CARNAP, Rudolf. "Fundamentación lógica de la física". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1985).

-- "Logical foundations of probability". Chicago, University Press, 1950.

-- "The continuum of inductive methods". Chicago, University Press, 1952.

CARNAP, Rudolf, [y otros]. "Matemáticas en las ciencias del comportamiento". [Madrid], Alianza, [1974].

CASS, David, YAARI, Menahem E. "A re-examination of the pure consumption loans model". [en] Journal of Political Economy, vol. 74, n° 4, agosto 1966. pp.: 353-367.

CASTELLANO, V. "La statistica nel processo di formazione delle scienze di osservazione". Roma, Biblioteca del Metron, Instituto de Estadística de la Facultad de Ciencias Estadísticas, Demográficas y Actuariales, 1962.

CASTELNUOVO, G. "Calcolo delle probabilità". Bologna, Zanichelli, 1937.

COHEN, Morris, NAGEL, Ernest. "Introducción a la lógica y al método científico". Buenos Aires, Amorrortu, 1979.

COMREY, A.L. "Manual de análisis factorial". Madrid, Cátedra, 1985.

COMTE, Augusto. "Curso de filosofía positiva". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1984).

COSTANTINI, Domenico. "Fondamento del calcolo delle probabilità". Milán, Feltrinelli, 1970.

COURNOT, Antoine Augustin. "Exposition de la théorie des chances et des probabilités". París, Hachette, 1843.

COX, H.T. "The algebra of probable inference". Baltimore, Johns Hopkins, 1961.

CHATFIELD, C. "The analysis of time series: theory and practice". Londres, Chapman and Hall, 1975.

CHOU, Ya-Lun. "Análisis estadístico". [México], Interamericana, [1977].

DABONI, Luciano. "Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica". Torino, UTET, 1970.

DEAÑO, Alfredo. "Introducción a la lógica formal". Madrid, Alianza, [1975].

DESCARTES, René. "Discurso del método". Madrid, Alianza, [1980].

-- "Meditaciones metafísicas". Madrid, Alfaguara, 1977.

-- "Reglas para la dirección del espíritu". [en] Revista de Occidente, Madrid, 1935.

DHRYMES, P.J. "Econometrics". New York, Harper and Row, 1970.

EINSTEIN, A. "Conceptions scientifiques, morales et sociales". París, Flammarion, 1952.

ESPASA, Antoni. "La predicción económica". [Madrid], Servicio de Estudios del Banco de España, nº 18, 1980.

FAIR, R.C. "A model of macroeconomic activity". Cambridge, Ballinger, 1976. vol. 2.

FAMA, Eugene F. "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work". [en] Journal of Finance, vol. 25, mayo 1970. pp.: 383-417.

FAYOL, Henry. "Administration industrielle et générale prevoyance organisation". París, Dunod, 1962.

FELLER, William. "An introduction to probability theory". New York, Wiley, 1966. 2 vols.

FELLNER, William. "Probability and profit". Homewood, Illinois, Richard D. Irving, 1965.

FERNANDEZ DIAZ, Andrés. "Introducción y metodología de la política económica". Madrid, ICE, [1982].

FERRATER, José. "La filosofía actual". Madrid, Alianza, [1973].

FESTINGER, L., KATZ, D. "Los métodos de investigación en las ciencias sociales". Buenos Aires, Paidós, 1975.

FEYERABEND, Paul K. "Contra el método". [Barcelona], Orbis, [1984].

Filosofía de la ciencia y metodología. [Madrid], Cuadernos económicos, ICE, 1977, nº 3 y 4.

FINETTI, Bruno de. "Gli eventi equivalenti e il caso degenerare". [en] Giornata Istituti Italiano degli Attuari, vol. 15, 1952. pp.: 40-64.

-- "La prevision, ses lois, ses sources subjetives". [en] Annuaire de l'institut H. Poincaré, París, vol. 7, 1937, pp.: 1-68.

-- "La probabilità e la statistica nei rapporti con l'induzione, secondo i diversi punti di vista". Roma, Cremonese, [1960].

-- "Probability, induction and statistics". Londres, John Wiley and Sons, [1972].

-- "Sul significato soggettivo della probabilità". [en] Fundamenta Mathematicae, Warszawa, vol. 17, 1931. pp.: 298-329.

FISCHER, Stanley. "Long-term contracts, rational expectations, and the optimal money supply rule". [en] Journal of Political Economy, vol. 85, nº 1, febrero 1977. pp.: 191-205.

FISHBURN, Peter C. "Decision and value theory". New York, John Wiley and Sons, 1964.

FISHER, Ronald A. "Statistical methods for research workers". Edinburgh, Oliver and Boyd, 1925.

-- "The nature of probability", Edinburgh, Oliver and Boyd, 1959.

-- "The place of the design of experiments in the logic of scientific inference". Paris, Colloques Internationaux du Centre National de la recherche scientifique, 1961.

FRASSER, D.A.S. "The structure of inference". New York, John Wiley, 1968.

FRECHET, R.M. "Les probabilités associées à un système d'événements compatibles et dépendants". Paris, Hermann, 1943.

FRIEDMAN, Benjamin M. "Optimal expectations and the extreme information assumptions of rational expectations macromodels". [en] Journal of Monetary Economics, vol. 5, n° 1, enero 1979. pp.: 23-41.

FRISCHEISEN-KÖHLER, M. "Los grandes pensadores". Buenos Aires, Espasa Calpe, [1940].

GARCIA ALVAREZ, Manuel. "Desarrollo histórico de la teoría de la probabilidad". Madrid, Estadística Española, 1971.

- GARCIA ECHEVARRIA, Santiago. "Introducción a la economía de la empresa". Madrid, Confederación Española de Cajas de Ahorro, [1975]. 2 vols.
- GARRIDO, M. "Aspectos de la filosofía de W.V. Quine". Valencia, Teorema, 1975.
- GEARY, R.C. "Testing for normality". [en] Biometrika, vol. 34, 1947. pp.: 209-242.
- GLASS, Gene V., STANLEY, J.C. "Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales". Madrid, Prentice Hall Internacional, 1979.
- GOOD. "Probability and weighing of evidence". Londres, Charles Griffin and Co., 1950.
- GORTARI, Eli de, [y otros]. "El problema de la predicción en ciencias sociales". México, Instituto de Investigaciones Sociales, 1969.
- GRANGER, C.W.J., HATANAKA, M. "Spectral analysis of economic time series". Princeton, University Press, 1964.
- GRANGER, C.W.J., NEWBOLD, P. "Forecasting economic time series". New York, Academic Press, 1977.
- GROOT, M. de. "Optimal statistical decisions". New York, Mc Graw-Hill, 1970.
- GUTENBERG, Erich. "Economía de la empresa, teoría y práctica de la gestión empresarial". Bilbao, Deusto, [1973].

GUTIERREZ CABRIA, Segundo. "Desarrollo de la inferencia estadística desde sus comienzos hasta principios de este siglo". Madrid, Estadística Española, nº 98, 1983. pp.: 9-29.

-- "Evolución y contenidos de la estadística del siglo XX". Madrid, Estadística Española, nº 101, 1983. pp.: 7-28.

HALMOS, P.R. "Measure theory". New York, Van Nostrand, 1950.

HANSON, N.R. "Patrones de descubrimiento: observación y explicación". Madrid, Alianza, [1977].

HARROD, R.F. "Foundations of inductive logic". Londres, MacMillan, 1956.

HEISENBERG, W. "Phisique et philosophie". París, Albin Michel, [1961].

HEMPEL, Carl G. "Filosofía de la ciencia natural", [Madrid], Alianza, [1983].

HICKS, J.R. "Value and capital". Oxford, Clarendon Press, 1946.

HUME, David. "Del conocimiento". [Buenos Aires], Aguilar, [1980].

-- "Tratado de la naturaleza humana". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1984). 3 vols.

- JEFFREYS, H. "Scientific inference". Cambridge, University Press, 1957.
- "Theory of probability". Oxford, University Press, 1983.
- JENKINS, G. "Practical experiences with modelling and forecasting time series". Jersey, Time Series Library, 1979.
- JOHNSTON, J. "Métodos de econometría". [Barcelona], Vicens-Vives, [1975].
- KADANE, Joseph B. "Testing a subset of the overidentifying restrictions". [en] *Econometrica*, vol. 42, nº 5, septiembre 1974. pp.: 853-867.
- KANTOR, Brian. "Rational expectations and economic thought". [en] *Journal of Economic Literature*, vol. 17, nº 4, diciembre 1979. pp.: 1423-1441.
- KENDALL, M.G. "The advanced theory of statistics". Londres, Griffin, 1947.
- KEYNES, John Maynard. "A treatise on probability". Londres, Mac Millan, 1921.
- KINTCHINE. "Sur les classes d'événements équivalents". Moscú, Recueil Math., 1932.
- KNIGHT, Frank Hyneman. "Riesgo, incertidumbre y beneficio". Madrid, Aguilar, [1947].

- "Freedom and reform". New York, Harper, 1947.
- KOOPMAN, B.O. "The axioms and algebra of intuitive probability". [en] Annals of Mathematics, vol. 41, 1940. pp.: 269-292.
- KOOPMANS, T.C. "Tres ensayos sobre el estado de la ciencia económica". [Barcelona], Bosch, 1980.
- KRUPP, Roy, [y otros]. "La estructura de la ciencia económica". Madrid, Aguilar, 1973.
- KUHN, Thomas S. "La estructura de las revoluciones científicas". Madrid, Fondo de Cultura Económica, 1979.
- LABROUSSE, Christian. "Introducción a la econometría". Madrid, ICE, 1978.
- LAKATOS, Imre. "Matemáticas, ciencia y epistemología". Madrid, Alianza, [1981].
- LAKATOS, I., MUSGRAVE, A. "La crítica y el desarrollo del conocimiento". [Barcelona], Grijalbo, [1975].
- LAPLACE, P.S. de. "A philosophical essay on probabilities". New York, Dover Publications, 1951.
- LARROYO, Francisco. "Filosofía de las matemáticas". México, Porrúa, 1976.
- "Lógica y metodología de las ciencias". México, Porrúa, 1975.

LEGENDRE, Adrian Marie. "Méthode des moindres carrés".
París, V^e Courcier, 1810.

-- "Nouvelle methodes pour la determination des orbites
des comètes". París, V^e Courcier, 1805.

LINDLEY, D.V. "Principios de la teoría de la decisión".
[Barcelona], Vicens-Vives, [1977].

LOCKE, John. "Ensayo sobre el entendimiento humano".
[Barcelona], Orbis, (s.a.: 1985).

LOPEZ CACHERO, Manuel. "Estadística, estadísticas y economía". Conferencia pronunciada por... en el Colegio Universitario San Pablo CEU. Madrid, 19 de febrero de 1986.

-- "Fundamentos y métodos de estadística". Madrid, Pirámide, [1976].

-- "Homenaje al profesor A. Vegas Pérez". [Barcelona],
Vicens-Vives, [1983].

-- "Los métodos matemáticos y su empleo en las ciencias sociales". Conferencia pronunciada por... en el Colegio Universitario San Pablo CEU. Madrid, 7 de marzo de 1985.

-- "Teoría de la decisión". Madrid, ICE, [1983].

LOPEZ DE LA MANZANARA, Juan. "Economía e incertidumbre:
el problema del azar". Conferencia pronunciada por...

en el Colegio Universitario San Pablo CEU. Madrid, 25 de marzo de 1985.

- "La indización: fundamentos y problemas". Conferencia pronunciada por... en el Colegio Universitario San Pablo CEU. Madrid, 20 de febrero de 1986.

LUCAS, Robert E. Jr. "An equilibrium model of the business cycle". [en] Journal of Political Economy, vol. 83, nº 6, diciembre 1975. pp.: 1113-1144.

- "Expectations and the neutrality of money". [en] Journal of Economic Theory, vol. 4, nº 2, abril 1972. pp.: 103-124.

- "Some international evidence on output-inflation tradeoffs", [en] American Economic Review, vol. 58, nº 3, junio 1973. pp.: 326-334.

- "Un test econométrico sobre la hipótesis de la tasa natural". [en] Cuadernos Económicos de ICE, nº 16, 1981. pp.: 75-85.

LUCAS, Robert E., RAPPING, Leonard A. "Real wages, employment and inflation". [en] Journal of Political Economy, vol. 77, nº 5, septiembre-octubre 1969. pp.: 721-754.

MARCH, J.G., SIMON, H.A. "Teoría de la organización". Barcelona, Ariel, [1981].

MARTINEZ, J. "Ciencia y dogmatismo. El problema de la objetividad en K.R. Popper". Madrid, Cátedra, [1980].

Mc CALLUM, Bennett T. "Price-level stickiness and the feasibility of monetary stabilization policy with rational expectations". [en] Journal of Political Economy, vol. 85, nº 3, junio 1977. pp.: 627-634.

MILLS, Frederick Cecil. "Métodos estadísticos". Madrid, Aguilar, 1969.

MISES, Richard von. "Probabilidad, estadística y verdad". Buenos Aires, Espasa Calpe, [1946].

MODIGLIANI, Franco. "The monetarist controversy or, should we forsake stabilization policies?". [en] American Economic Review, vol. 67, nº 2, marzo 1977. pp.: 1-19.

MODIGLIANI, Franco, GRUNDBERG, Emile. "The predictability of social events". [en] Journal of Political Economy, vol. 62, nº 6, diciembre 1954. pp.: 465-478.

MODIGLIANI, Franco, SHILLER, Robert. "Inflation, rational expectations, and the term structure of interest rates". [en] Económica, (s.n.: 40), febrero 1973. pp.: 12-43.

MOIVRE, Abraham de. "The doctrine of chances". Londres, A. Millar, 1756.

MONTAIGNE, [Miguel Eyquem de]. "Ensayos completos". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1984). 3 vols.

MORGAN, Bruce W. "Introducción a los procesos bayesianos de decisión estadística". Madrid, Paraninfo, 1971.

MORTARA, G. "Lezioni di statistica metodologica". Città di Castello, Leonardo da Vinci, 1922.

MUGUERZA, Javier. "La razón sin esperanza". [Madrid], Taurus, [1977].

MUSGRAVE, Alan E. "Los segundos pensamientos de Kuhn". Valencia, Teorema, 1978

MUTH, John F. "Rational expectations and the theory of price movements". [en] *Econometrica*, vol. 29, nº 3, julio 1961. pp.: 315-335.

NABERS, Lawrence. "Los enfoques positivo y genético". [en] KRUPP, Roy, [y otros]. *La estructura de la ciencia económica*. Madrid, Aguilar, 1973, ensayo 5.

NAGEL, Ernest. "La estructura de la ciencia. Problemas de la lógica en la investigación científica". Buenos Aires, Paidós, 1974.

NELSON, C.R. "Applied time series analysis for managerial forecasting". San Francisco, Holden-Day, 1973.

NERLOVE, Marc. "A tabular survey of macroeconomic models". [en] *International Economic Review*, vol. 7,

- nº 2, mayo 1966. pp.: 127-175.
- "Distributed lags and unobserved components in economic time series". [en] FELLNER, W. Ten economic studies in the tradition of Irving Fisher. New York, John Wiley and Sons, 1967. pp.: 127-169.
- "Spectral analysis of seasonal adjustment procedures". [en] Econometrica, vol. 32, julio 1964. pp.: 241-286.
- NOXON, James. "La evolución de la filosofía de Hume". Madrid, Revista de Occidente, [1974].
- PAPOULIS, Athanasios. "Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos". Barcelona, Eunibar, [1980].
- PEIRCE, C.S. "The general theory of probable inference". New York, J. Buchler Dover, 1955.
- PHELPS, Edmund S. "Inflation policy and unemployment theory". New York, Norton, 1972.
- "Phillips curves, expectations of inflation, and optimal unemployment over time". [en] Económica, vol. 34, nº 135, agosto 1967. pp.: 254-281.
- PHELPS, Edmund S., TAYLOR, John B. "Stabilizing powers of monetary policy under rational expectations". [en] Journal of Political Economy, vol. 85, nº 1, febrero 1977. pp.: 163-190.

PHILLIPS, A.W. "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1862-1957". [en] *Económica*, vol. 25, nº 100, noviembre 1958. pp.: 283-299.

PIAGET, Jean. "El estructuralismo". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1985).

-- "Psicología y epistemología". Barcelona, Ariel, [1975].

PIAGET, Jean, [y otros]. "Tendencias de la investigación en las ciencias sociales". [Madrid], Alianza, [1976].

POINCARÉ, Henri. "Calcul des probabilités". París, Gauthier Villard, 1912.

-- "La ciencia y la hipótesis". Buenos Aires, Espasa Calpe, [1963].

POISSON, Simeon Denis. "Recherches sur la probabilité des jugements en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités". París, Bachelier, 1837.

POLLOCK, D.S.G. "The algebra of econometrics". New York, John Wiley, 1979.

POPPER, Karl R. "Búsqueda sin término: una autobiografía intelectual". Madrid, Tecnos, [1976].

-- "Conocimiento objetivo: un enfoque evolucionista". Madrid, Tecnos, [1974].

-- "El desarrollo del conocimiento científico. Conjeturas y refutaciones". Buenos Aires, Paidós, 1967.

-- "La lógica de la investigación científica". Madrid, Tecnos, [1977].

PULIDO, Antonio. "Modelos econométricos". Madrid, Pirámide, [1983].

QUINE, Williard van Orman. "Desde un punto de vista lógico". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1984).

RAMSEY, J.B. "Classical model selection through specification error tests". [en] Frontiers in econometrics. New York, Academic Press, 1974. Capítulo 1.

RAMSEY, F.P. "Truth and probability". New York, John Wiley, 1926.

REICHENBACH, H. "The theory of probability". Berkeley, University of California Press, 1949.

RIOS, Sixto. "Métodos estadísticos". Madrid, Castillo, [1977].

RIVERA, Luis Miguel. "Un análisis empírico sobre la elaboración de expectativas de precios". [en] Investigaciones Económicas, vol. 10, nº 1, enero 1986. pp.: 201-210.

ROJO, Luis Angel. "Renta, precios y balanza de pagos". Madrid, Alianza, (s.a.: 1974).

RUIZ-MAYA, Luis. "Métodos estadísticos de investigación: introducción al análisis de la varianza". Madrid, [Instituto Nacional de Estadística], 1977.

RUSSELL, Bertrand. "El conocimiento humano". [Barcelona], Orbis, (s.a.: 1983).

-- "Obras completas". Madrid, Aguilar, 1973. 2 vols.

SAMUELSON, Paul A. "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money". [en] Journal of Political Economy, vol. 66, nº 6, diciembre 1958. pp.: 467-482.

-- "Fundamentos del análisis económico". Buenos Aires, Ateneo, [1957].

SARGENT, Thomas J. "A classical macroeconomic model for the United States". [en] Journal of Political Economy, vol. 84, nº 2, abril 1976. pp.: 207-237.

-- "Estimation of dynamic labor demand schedules under rational expectations". [en] Journal of Political Economy, vol. 86, nº 6, diciembre 1978. pp.: 1009-1044.

-- "Rational expectations, econometric exogeneity, and consumption". [en] Journal of Political Economy, vol. 86, nº 4, agosto 1978. pp.: 673-700.

SARGENT, Thomas J., WALLACE, Neil. "Rational expectations and the theory of economic policy". [en] Journal of

- Monetary Economics, vol. 2, nº 2, abril 1976. pp.: 169-183.
- SAVAGE, L.J., [y otros]. "The foundations of statistical inference". Londres, Metlmen a.c., 1962.
- SCHUMPETER, J.A. "History of economic analysis". Londres, Allen a. Unwin, 1955.
- SEBASTIAN, Carlos. "Sobre la imposibilidad de la política macroeconómica". [en] Cuadernos Económicos ICE, nº 16, 1981. pp.: 141-150.
- SEBER, G.A.F. "Linear hypotheses and induced tests". [en] Biometrika, vol. 51, junio 1964. pp.: 41-47.
- SHACKLE, George L.S. "Decision, determinisme et temps". [Traducción por Vicente Cervera]. Madrid, Tecnos, [1966].
- "Perspectivas empresariales y beneficio: la teoría de la empresa". Barcelona, Oikos-Tau, [1976].
- SHILLER, Robert J. "Rational expectations and the dynamic structure of macroeconomics models: a critical review". [en] Journal of Monetary Economics, vol. 4, nº 1, enero 1978. pp.: 1-44.
- SIJBEN, J.J. "Expectativas racionales y política monetaria". [Barcelona], Vicens-Vives, [1983].

STOVE, D.C. "Probability and Hume's inductive scepticism".
Oxford, University Press, 1973.

STUART MILL, J. "Sistema de lógica inductiva y deductiva".
Madrid, Jorro, [1917].

SWINBURNE, Richard, [y otros]. "La justificación del razonamiento inductivo". [Madrid], Alianza, [1976].

TAYLOR, John B. "Estimation and control of a macroeconomic model with rational expectations". [en] *Econometría*, vol. 47, nº 5, septiembre 1979. pp.: 1267-1286.

-- "Monetary policy during a transition to rational expectations". [en] *Journal of Political Economy*, vol. 83, nº 5, octubre 1975. pp.: 1009-1021.

TINBERGEN, J. "Política económica. Principios y formulación". México, Fondo de Cultura Económica, [1961].

TOBIN, J. "Theories of mild. Continuing inflation: A critique and extension". New York, University Press, 1968.

VAN DER VEEN, B. "Introducción a la teoría de la investigación operativa". Madrid, Paraninfo, 1971.

VEGAS PEREZ, Angel. "Estadística. Aplicaciones econométricas y actuariales". Madrid, Pirámide, [1981].

VENN, J. "Logic of chance". New York, Chelsea, 1962.

VOLLE, M. "Analyse des données". París, Económica, 1981.

VON WRIGHT, G.H. "The logical problem of induction". Oxford, Blackwell, 1957.

WALLACE, Walter L. "La lógica de la ciencia en la sociología". [Madrid], Alianza, [1976].

WALLIS, Kenneth F. "Introducción a la econometría". [Madrid], Alianza, [1979].

-- "Seasonal adjustment and relations between variables".
[en] Journal of the American Statistical Association,
vol. 69, marzo 1974. pp.: 18-31.

WARTOFSKY, Marx W. "Introducción a la filosofía de la ciencia". [Madrid], Alianza, [1978]. 2 vols.

WHAITE, D.J. "Teoría de la decisión". Madrid, Alianza, [1979].

WINDELBAND, W. "Historia de la filosofía moderna". Buenos Aires, Nova, 1951.

